



Oricare altă rezolvare care conduce la rezultate corecte va fi punctată corespunzător

Problema nr. 1

Electricitate cu corpuri rotunde

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1	Punctaj	
1.a.	Din motive de simetrie curentul "curge" radial (se împrăștie în oricare plan perpendicular pe axa de simetrie a sistemului), având densități egale în toate punctele aflate la aceeași distanță de axul sistemului.	0,3p	1,0p
	Expresia rezistenței electrice a unui element diferențial al rezistenței întregului cilindru (element care este o pătură cilindrică având razele r și $r + dr$ și lungimea h) $dR_{cil} = (\rho \cdot dr) / (2\pi \cdot r \cdot h)$	0,4p	
	Expresia rezistenței electrice, măsurată între cilindru interior și tubul cilindric $R_{cil} = \frac{\ln(b/a)}{2\pi \cdot h \cdot \sigma}$	0,3p	
1.b.	Expresia intensității câmpului electric $E(r) = \begin{cases} 0 & , r < a \\ \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot h \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} & , a < r < b \\ 0 & , b < r \end{cases}$	0,5p	1,0p
	$E(\vec{r}) = -dV(\vec{r})/dr$ Expresia diferenței de potențial $\Delta V_{b \rightarrow a}$ dintre armăturile condensatorului cilindric $\Delta V_{b \rightarrow a} = -\frac{Q}{2\pi \cdot h \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)$	0,3p	
	Expresia capacității condensatorului cilindric $C_{cil} = Q/ \Delta V_{b \rightarrow a} $ $C_{cil} = \frac{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot h}{\ln(b/a)}$	0,2p	
1.c.	Atunci când pătura dielectrică a fost retrasă din cilindru pe o distanță x , condensatorul cilindric poate fi modelat ca un ansamblu paralel alcătuit dintr-un condensator cilindric cu aer, având înălțimea x și un condensator cilindric cu dielectric având înălțimea $(h - x)$. Expresia capacității electrice echivalente a acestui ansamblu paralel $C_x = C_{cil} \cdot \left[1 - \frac{x}{h} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \right]$	0,4p	1,0p
	Expresia capacității electrice condensatorului cilindric, la finalul extragerii, când $x = h$ $C_0 = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot C_{cil}$	0,1p	



	<p>Condensatorul cilindric conținând pătura dielectrică stochează energia electrostatică $W_i = Q^2 / (2C_{cil})$</p> <p>Scăderea capacității condensatorului – care conservă sarcina cu care este încărcat – conduce la o creștere a energiei electrostatice a acestuia până la valoarea $W_0 = \epsilon_r \cdot W_i$</p>	0,3p	
	<p>Suplimentul de energie acumulată în condensator trebuie acoperit prin lucrul mecanic consumat pentru extracția dielectricului</p> <p>Expresia lucrului mecanic, ce trebuie efectuat pentru extragerea foarte lentă, completă, a păturii dielectrice din interiorul condensatorului cilindric</p> $L_Q = \frac{Q^2 \cdot (\epsilon_r - 1) \cdot \ln(b/a)}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot h}$	0,2p	
1.d.	<p>Expresia energiei potențiale electrostatice acumulată în condensatorul cilindric, atunci când dielectricul este extras din condensator pe distanța x</p> $W_x = \frac{W_i}{1 - \frac{x}{h} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)}$	0,2p	1,0p
	<p>Expresia variației dW_x a energiei electrostatice stocată în condensator, datorată creșterii cu dx a distanței pe care dielectricul a fost extras</p> $dW_x = W_i \cdot \left(\frac{1}{h} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)\right) \cdot dx \left/ \left[1 - \frac{x}{h} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)\right]^2\right.$ <p>La momentul inițial: $dW_x = W_i \cdot \left(\frac{1}{h} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)\right) \cdot dx$</p>	0,3p	
	<p>Expresia lucrului mecanic ce compensează creșterea energiei electrostatice stocate odată cu creșterea distanței pe care este extras dielectricul din condensatorul cilindric</p> $dL_Q(x) = F_Q(x) \cdot dx$	0,3p	
	<p>Expresia mărimii forței minime, ce trebuie aplicată păturii dielectrice la începutul extragerii din condensatorul cilindric</p> $F_Q = \frac{Q^2 \cdot \ln(b/a)}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot h^2 \cdot \epsilon_r^2} \cdot (\epsilon_r - 1)$	0,2p	
1.e	<p>Scăderea capacității condensatorului – care rămâne conectat la sursa de tensiune: – conduce la o scădere a energiei electrostatice acumulate de acesta de la $W_i = C_{cil} \cdot V^2 / 2$ la $W_0 = C_{cil} \cdot V^2 / (2\epsilon_r)$; – produce o diminuare a sarcinii electrice stocate pe condensator de la $Q_i = C_{cil} \cdot V$ la $Q_0 = C_{cil} \cdot V / \epsilon_r$</p>	0,3p	1,0p
	<p>Expresia lucrului mecanic de natură electrică, ce trebuie efectuat pentru ca sarcina electrică $\Delta Q = Q_i - Q_0$ să fie „pompată” înapoi în sursă $L_{electric} = V \cdot \Delta Q = C_{cil} \cdot V^2 \cdot (\epsilon_r - 1) / \epsilon_r$</p>	0,3p	



	<p>O parte din lucrul mecanic necesar relocării sarcinii electrice este asigurată de diminuarea $\Delta W = C_{cil} \cdot V^2 \cdot (\epsilon_r - 1) / (2\epsilon_r)$. Diferența necesară pentru acoperirea $L_{electric}$ trebuie furnizată prin efectuarea lucrului mecanic .</p> <p>Expresia lucrului mecanic L_V, care trebuie efectuat pentru extragerea foarte lentă, completă, a păturii dielectrice din interiorul condensatorului cilindric conectat la sursa de tensiune</p> $\begin{cases} L_V = C_{cil} \cdot V^2 \cdot (\epsilon_r - 1) / (2\epsilon_r) \\ L_V = \pi \cdot \epsilon_0 \cdot h \cdot V^2 \cdot (\epsilon_r - 1) / \ln(b/a) \end{cases}$	0,4p	
1.f	<p>Scăderea sarcinii electrice stocată pe condensator de la $Q_i = C_{cil} \cdot V$ la</p> $\begin{cases} Q_x = C_x \cdot V \\ Q_x = C_{cil} \cdot V \cdot [1 - (x/h) \cdot (1 - (1/\epsilon_r))] \end{cases}$ <p>Scăderea energiei electrostatice stocată de la $W_i = C_{cil} \cdot V^2 / 2$ la</p> $W_x = W_i \cdot [1 - (x/h) \cdot (1 - (1/\epsilon_r))]$	0,3p	1,0p
	<p>Expresia variației sarcinii electrice stocată în condensator, datorată creșterii cu dx a distanței pe care a fost extras dielectricul $dQ_x = -[C_{cil} \cdot V \cdot (\epsilon_r - 1) / (\epsilon_r \cdot h)] \cdot dx$</p> <p>Expresia variației energiei electrostatice stocate în condensator, datorată creșterii cu dx a distanței pe care a fost extras dielectricul $dW_x = -[W_i \cdot (\epsilon_r - 1) / (\epsilon_r \cdot h)] \cdot dx$</p>	0,3p	
	<p>Expresia pentru bilanțul energetic aplicat pentru extracția pe o distanță dx mică, a dielectricului deja extras pe distanța x</p> $ dQ_x \cdot V = dW_x + F_V \cdot dx$ <p>Expresia mărimii forței minime, ce trebuie aplicată păturii dielectrice pentru continuarea extragerii în momentul în care pătura a ieșit pe lungimea x ($0 \leq x \leq h$) din condensatorul cilindric conectat la sursa de tensiune</p> $F_V = V^2 \cdot (\epsilon_r - 1) \cdot \pi \cdot \epsilon_0 / \ln(b/a)$	0,4p	
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 2		Punctaj
2.a.	<p>Din motive de simetrie sferică se poate admite că liniile de curent între cele două sfere sunt radiale.</p>	0,1p	0,5p
	<p>Expresia rezistențelor păturilor sferice elementare de grosime dr având razele r, $a \leq r \leq b$</p> $dR(r) = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{dr}{4\pi \cdot r^2}$	0,2p	
	<p>Expresia rezistenței electrice a structurii</p> $R_s = \frac{1}{4\pi \cdot \sigma} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$	0,2p	



2.b.	Expresia dependenței de distanța r până la centrul structurii a intensității câmpului electric $E(r) = \begin{cases} 0 & , r < a \\ \frac{Q}{4\pi \cdot r^2 \cdot \epsilon_0} & , a < r < b \\ 0 & , b < r \end{cases}$	0,2p	0,5p
	Expresia diferenței de potențial $\Delta V_{b \rightarrow a}$ dintre armăturile condensatorului sferic $\Delta V_{b \rightarrow a} = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$	0,1p	
	Expresia capacității electrice a condensatorului sferic, având ca dielectric aerul $C_s = \frac{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot a \cdot b}{b - a}$	0,2p	
2.c.	Valoarea efectivă a tensiunii este valoarea tensiunii continue care, pe aceeași rezistență și în același interval de timp, produce aceeași cantitate de căldură ca și tensiunea pulsată. Expresia căldurii debitate de rezistența \mathfrak{R} legată la sursa de tensiune, în intervalul de timp Δt foarte scurt $\Delta Q = \left[(v(t))^2 / \mathfrak{R} \right] \cdot \Delta t$	0,3p	1,0p
	Expresia dependenței $(v(t))^2 = \begin{cases} V^2 \cdot (1 - 3t/T) & \text{pentru } 0 \leq t \leq T/3 \\ V^2 \cdot (3t/T - 1) & \text{pentru } T/3 < t < 2T/3 \\ V^2 & \text{pentru } 2T/3 \leq t \leq T \end{cases}$ Expresia căldurii debitate de rezistența \mathfrak{R} pentru o perioadă T $Q = V^2 \cdot \frac{2T}{3} \cdot \frac{1}{\mathfrak{R}}$	0,4p	
	$Q_1 = V_{\text{efectiv}}^2 \cdot T \cdot \frac{1}{\mathfrak{R}}$	0,2p	
	Expresia valorii efective a tensiunii $V_{\text{efectiv}} = V \sqrt{\frac{2}{3}}$	0,1p	
2.d.	Deoarece pe a doua treime a perioadei curentul care circulă prin cuva electrolică transportă exact aceeași cantitate de sarcină electrică – dar de sens opus cele transportate în prima treime de perioadă, masa netă de argint depusă în primele două treimi de perioadă este nulă. Depunere de masă se face numai în ultima treime de perioadă. Este ca și cum curentul al curge numai o treime de perioadă.	1,0p	2,0p
	Expresia masei a stratului de argint depus în intervalul de timp nT , pe peretele vasului semisferic de rază b $m = \frac{2}{3} \pi \cdot b \cdot \sigma \cdot V \cdot \kappa \cdot n \cdot T$	1,0p	
Punctaj total			10p

© Barem de evaluare și de notare propus de:

Delia DAVIDESCU, PhD

Adrian DAFINEI, PhD