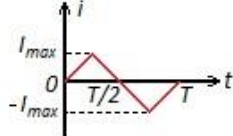
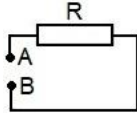
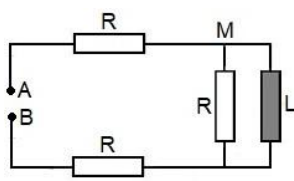




Oricare altă rezolvare care conduce la rezultate corecte va fi punctată corespunzător

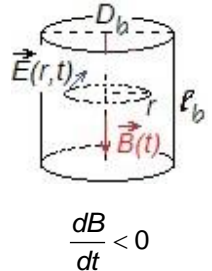
Problema nr. 2
Despre curentul electric alternativ

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1			Punctaj
1.a.	Trasarea unei schițe a graficului $i = i(t)$, care să evidențieze dependența de timp a intensității curentului electric		0,1p	0,1p
1.b.	Expresia pentru valoarea efectivă a intensității curentului electric alternativ $I_{ef} = \sqrt{\langle i^2 \rangle}$ $\langle i^2 \rangle = \frac{1}{T} \cdot \frac{16 I_{max}^2}{T^2} \cdot \left[\int_0^{T/4} t^2 \cdot dt + \int_{T/4}^{3T/4} \left(\frac{T}{2} - t \right)^2 \cdot dt + \int_{3T/4}^T (T-t)^2 \cdot dt \right]$ $\langle i^2 \rangle = \frac{I_{max}^2}{3} \quad I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{3}}$		0,3p	0,4p
	Valoarea efectivă a intensității curentului electric alternativ $I_{ef} = 17,3 \text{ mA}$		0,1p	
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 2			Punctaj
2.a.	Schema electrică echivalentă a circuitului, în situația în care acesta este alimentat cu o tensiune continuă		0,1p	0,5p
	Expresia rezistenței electrice din acest circuit $R = \frac{U_{AB,cc}^2}{P_{cc}}$ Valoarea rezistenței electrice $R = 1,0 \text{ k}\Omega$		0,2p	
	Expresia inductanței bobinei la rezonanță $L = \frac{1}{C\omega_0^2}$ Valoarea inductanței bobinei $L = 1,0 \text{ H}$		0,2p	
2.b.	Schema echivalentă a circuitului, pentru situația prezentată în cadrul sarcinii de lucru 2.b		0,3p	1,0p
	Expresia impedanței complexe a circuitului $\underline{Z}_{AB} = 2R + \frac{jLR\omega_0}{R + jL\omega_0} \quad \underline{Z}_{AB} = 500(5 + j)(\Omega)$		0,3p	



	Modulul impedanței circuitului $Z_{AB} = Z_{AB} = 500\sqrt{26} (\Omega)$	0,1p	
	Expresia puterii reactive din circuitul analizat $P_{reactiv} = \frac{U_{AB,cc}^2}{Z_{AB}} \cdot \sin \phi$	0,1p	
	Valoarea efectivă a tensiunii alternative aplicate circuitului $U_{AB,ca} = 9,9 \cdot 10^2 V$	0,1p	
	Valoarea amplitudinii tensiunii alternative aplicate circuitului $U_{AB,ca}^{(max)} = 1,4 kV$	0,1p	
2.c.	Expresia impedanței complexe a porțiunii de circuit RLC serie, dintre nodurile M și N $Z_{MN,serie} = 1000 + j\left(\omega - \frac{10^6}{\omega}\right)$ $Z_{MN,serie} = 1000 \left[1 + j\left(w - \frac{1}{w}\right)\right]$	0,3p	1,5p
	Expresia impedanței complexe a ramurii dintre nodurile M și N, care conține numai bobina $Z_{MN,bobina} = 1000 \cdot j \cdot w$	0,3p	
	Expresia impedanței complexe totale a porțiunii de circuit dintre nodurile M și N $Z_{MN} = \frac{1000}{w^2 + (2w^2 - 1)^2} [w^4 + j(2w^5 - 2w^3 + w)]$	0,3p	
	Expresia impedanței complexe a porțiunii de circuit dintre nodurile B și N $Z_{BN} = \frac{1000}{1 + (w^2 - 1)^2} [w - j(w^3 - w)]$	0,3p	
	Expresia impedanței complexe a întregului circuit $Z_{AB} = 1000 \left\{ 1 + \frac{1}{w^2 + (2w^2 - 1)^2} [w^4 + j(2w^5 - 2w^3 + w)] + \frac{1}{1 + (w^2 - 1)^2} [w - j(w^3 - w)] \right\}$	0,3p	
2.d.	Condiția de apariție a rezonanței în circuit $\frac{2w^4 - 2w^2 + 1}{w^2 + (2w^2 - 1)^2} = \frac{w^2 - 1}{w^2 + (w^2 - 1)^2}$ $2w^8 - 8w^6 + 12w^4 - 7w^2 + 2 = 0$	0,6p	1,5p
	Pentru $w^2 = x$ $2x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 7x + 2 = 0$		
	<i>Exemplu de răspuns:</i> Studiul funcției $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 7x + 2$ <ul style="list-style-type: none"> • Condiția de extrem a funcției $f'(x) = 0$ $x = 1/2$ • Determinarea tipului de extrem al funcției $f''(x) = 24 \cdot (x - 1)^2 > 0$ • Determinarea câtorva valori ale funcției $f(x)$ $f(0) = 2 > 0$ $f(0,5) = 0,625 > 0$ $f(1) = 14 > 0$ $f(\infty) > 0$ • Funcția analizată este pozitivă pe tot domeniul de definiție 	0,7p	
	Nu apare nicio rezonanță în circuitul analizat	0,2p	



Nr. item	Sarcina de lucru nr. 3		Punctaj
3.a.	Expresia intensității curentului electric alternativ sinusoidal $i(t) = I_{\max} \sin(\omega t)$	0,1p	2,3p
	Expresia dependenței de timp a energiei înmagazinate în câmpul magnetic din interiorul bobinei, cu lungimea ℓ_b și având N spire $W_{\text{magn}}^{(b)}(t) = \frac{L \cdot i^2(t)}{2} \quad W_{\text{magn}}^{(b)}(t) = \frac{\mu_0 N^2 \pi D_b^2 I_{\max}^2}{8 \ell_b} \sin^2(\omega t)$	0,3p	
	Expresia pentru amplitudinea energiei câmpului magnetic $W_{\text{magn, max}}^{(b)} = \frac{\mu_0 N^2 \pi D_b^2 I_{\max}^2}{8 \ell_b}$	0,2p	
	Expresia dependenței de timp a mărimii inducției câmpului magnetic din interiorul bobinei $B(t) = \frac{\mu_0 N I_{\max}}{\ell_b} \sin(\omega t)$	0,2p	
	Expresia obținută din aplicarea legii lui Faraday, în interiorul bobinei ($0 \leq r \leq D_b/2$) $E(r, t) \cdot 2\pi r = -\frac{d}{dt} [\pi r^2 B(t)]$ $E(r, t) = -\frac{r \mu_0 N I_{\max} \omega}{2 \ell_b} \cos(\omega t)$		0,3p
	Expresia densității instantanee de energie a câmpului electric, la distanța r de axul bobinei $u_e(r, t) = \frac{\epsilon_0 E^2(r, t)}{2}$ $u_e(r, t) = \frac{\epsilon_0 r^2 \mu_0^2 N^2 I_{\max}^2 \omega^2}{8 \ell_b^2} \cos^2(\omega t)$	0,2p	
	Expresia energiei instantanee a câmpului electric din volumul elementar $dV = 2\pi r dr \ell_b$ din interiorul bobinei $dW_{el}^{(b)}(r, t) = u_e(r, t) \cdot dV$ $dW_{el}^{(b)}(r, t) = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2 N^2 I_{\max}^2 \omega^2 \pi}{4 \ell_b} r^3 dr \cos^2(\omega t)$	0,3p	
	Expresia dependenței de timp energiei câmpului electric din interiorul bobinei $W_{el}^{(b)}(t) = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2 N^2 I_{\max}^2 \omega^2 \pi}{4 \ell_b} \cos^2(\omega t) \int_0^{D_b/2} r^3 dr$ $W_{el}^{(b)}(t) = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2 N^2 I_{\max}^2 \omega^2 \pi D_b^4}{256 \ell_b} \cos^2(\omega t)$	0,3p	
	Expresia pentru amplitudinea energiei câmpului electric din interiorul bobinei $W_{el, \max}^{(b)} = \frac{\epsilon_0 \mu_0^2 N^2 I_{\max}^2 \omega^2 \pi D_b^4}{256 \ell_b}$	0,2p	



	<p>Expresia raportului dintre amplitudinea energiei câmpului magnetic și amplitudinea energiei câmpului electric din interiorul bobinei</p> $\frac{W_{magn,max}^{(b)}}{W_{el,max}^{(b)}} = \frac{32 c^2}{\omega^2 D_b^2}$	0,2p	
3.b.	<p>Valoarea raportului</p> $\frac{W_{magn,max}^{(b)}}{W_{el,max}^{(b)}} = 3,6 \cdot 10^{14}$	0,2p	0,2p
3.c.	<p>Expresia tensiunii alternative sinusoidale $u(t) = U_{max} \sin(\omega t)$</p>	0,1p	2,3p
	<p>Expresia dependenței de timp a energiei înmagazinată în câmpul electric din interiorul condensatorului, având distanța dintre armături ℓ_c</p> $W_{el}^{(c)}(t) = \frac{C \cdot u^2(t)}{2} \quad W_{el}^{(c)}(t) = \frac{\epsilon_0 \pi D_c^2 U_{max}^2}{8 \ell_c} \sin^2(\omega t)$	0,2p	
	<p>Expresia pentru amplitudinea energiei câmpului electric dintre armăturile condensatorului</p> $W_{el,max}^{(c)} = \frac{\epsilon_0 \pi D_c^2 U_{max}^2}{8 \ell_c}$	0,1p	
	<p>Expresia dependenței de timp a mărimii intensității câmpului electric din spațiul dintre armăturile condensatorului $E(t) = \frac{U_{max}}{\ell_c} \sin(\omega t)$</p>	0,1p	
	<p>Expresia pentru densitatea curentului electric de deplasare în spațiul dintre armăturile condensatorului $\vec{j}_{depl} = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}(t)}{dt}$</p> $j_{depl}(t) = \epsilon_0 \frac{U_{max} \omega}{\ell_c} \cos(\omega t)$ $j_{cond} = 0$	0,2p	
	<p>Expresia mărimii inducției câmpului magnetic $B(r,t)$ dintre armăturile condensatorului, la distanța r de axul de simetrie al condensatorului, expresie obținută din aplicarea legii lui Ampere-Maxwell, pentru $0 \leq r \leq D_c/2$</p> $B(r,t) \cdot 2\pi r = \mu_0 j_{depl} \pi r^2$ $B(r,t) = \frac{\epsilon_0 \mu_0 r U_{max} \omega}{2\ell_c} \cos(\omega t)$		
<p>Expresia densității instantanee de energie a câmpului magnetic dintre armăturile condensatorului $u_{magn}(r,t) = \frac{B^2(r,t)}{2\mu_0}$</p> $u_{magn}(r,t) = \frac{\mu_0 \epsilon_0^2 r^2 U_{max}^2 \omega^2}{8 \ell_c^2} \cos^2(\omega t)$	0,3p		



	<p>Expresia energiei instantanee a câmpului magnetic din volumul elementar $dV = 2\pi r dr \ell_c$ dintre armăturile condensatorului</p> $dW_{magn}^{(c)}(r, t) = u_{magn}(r, t) \cdot dV$ $dW_{magn}^{(c)}(r, t) = \frac{\mu_0 \varepsilon_0^2 \pi U_{max}^2 \omega^2}{4 \ell_c} r^3 dr \cos^2(\omega t)$	0,2p	
	<p>Expresia dependenței de timp a energiei câmpului electric dintre armăturile condensatorului</p> $W_{magn}^{(c)}(t) = \frac{\mu_0 \varepsilon_0^2 \pi U_{max}^2 \omega^2}{4 \ell_c} \cos^2(\omega t) \int_0^{D_c/2} r^3 dr$ $W_{magn}^{(c)}(t) = \frac{\varepsilon_0^2 \mu_0 U_{max}^2 \omega^2 \pi D_c^4}{256 \ell_c} \cos^2(\omega t)$	0,3p	
	<p>Expresia pentru amplitudinea energiei câmpului electric din interiorul armăturilor condensatorului</p> $W_{magn, max}^{(c)} = \frac{\varepsilon_0^2 \mu_0 U_{max}^2 \omega^2 \pi D_c^4}{256 \ell_c}$	0,2p	
	<p>Expresia raportului dintre amplitudinea energiei câmpului electric și amplitudinea energiei câmpului magnetic din interiorul condensatorului</p> $\frac{W_{el, max}^{(c)}}{W_{magn, max}^{(c)}} = \frac{32 c^2}{\omega^2 D_c^2}$	0,2p	
3.d.	<p>Valoarea raportului</p> $\frac{W_{el, max}^{(c)}}{W_{magn, max}^{(c)}} = 3,6 \cdot 10^{14}$	0,2p	0,2p
TOTAL Problema nr. 2			10p

© Barem de evaluare și de notare propus de:

Prof. Dr. Delia DAVIDESCU