



Oricare altă rezolvare care conduce la rezultate corecte va fi punctată corespunzător

**Problema nr. 2**  
**Levitatie optică**

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1	Punctaj
<b>1.a.</b>	Expresia densității fluxului de fotoni $n = \frac{dN}{dA_n \cdot dt}$	0,2p
	Expresia elementului de arie de pe suprafața sferei $dA(\theta, \varphi) = R^2 \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi$	0,2p
	$dA_n(\theta, \varphi) = dA(\theta, \varphi) \cdot (\cos \theta)$ $dA_n(\theta, \varphi) = R^2 \cdot (\sin \theta) \cdot (\cos \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi$	0,2p
	Expresia variației de impuls a unui singur foton $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{refl} - \vec{p}_{inc}$ $\Delta \vec{p}_1 = \left[ \frac{h\nu}{c} \cdot (\cos \theta) \cdot \vec{i} - \frac{h\nu}{c} \cdot (\sin \theta) \cdot \vec{j} \right] - \left[ -\frac{h\nu}{c} \cdot (\cos \theta) \cdot \vec{i} - \frac{h\nu}{c} \cdot (\sin \theta) \cdot \vec{j} \right]$ $\Delta \vec{p}_1 = 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot (\cos \theta) \cdot \vec{i}$	0,4p
	Expresia variației impulsului celor $dN$ fotoni $\Delta \vec{p}_{tot} = dN \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot (\cos \theta) \cdot \vec{i}$ $\Delta \vec{p}_{tot}(\theta, \varphi, t) = n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot (\cos^2 \theta) \cdot R^2 \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot dt \cdot \vec{i}$	0,4p
	Expresia variației de impuls transmisă sferei de cei $dN$ fotoni $\Delta \vec{p}_{sf}(\theta, \varphi, t) = -\Delta \vec{p}_{tot}(\theta, \varphi, t)$ $\Delta \vec{p}_{sf}(\theta, \varphi, t) = -n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot R^2 \cdot (\cos^2 \theta) \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot dt \cdot \vec{i}$	0,2p
	Expresia forței elementare exercitată de cei $dN$ fotoni asupra sferei $d\vec{F}(\theta, \varphi) = \frac{\Delta \vec{p}_{sf}(\theta, \varphi, t)}{dt}$ $d\vec{F}(\theta, \varphi) = -n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot R^2 \cdot (\cos^2 \theta) \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot \vec{i}$	0,4p
Expresia mărimii forței rezultante elementare exercitată de fotoni asupra sferei, forță care are numai componentă verticală în sus, orientată în direcția și sensul axei $Oy$ $dF_y(\theta, \varphi) = dF(\theta, \varphi) \cdot \cos \theta$ $dF_y(\theta, \varphi) = n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot R^2 \cdot (\cos^3 \theta) \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi$	0,2p	



	<p>Expresia mărimii forței rezultante exercitată de fotoni asupra sferei</p> $F_y = n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot R^2 \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 \theta) \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta$ $F_y = n \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot \pi \cdot R^2$	0,4p	
	<p>Expresia mărimii greutateii sferei <math>G = \rho \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot g</math></p>	0,2p	
	<p>Condiția de levitație a sferei <math>\vec{F}_{rez} = 0</math></p> $F_y = G \quad n \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot \pi \cdot R^2 = \rho \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot g$	0,2p	
	<p>Expresia puterii elementare a fascicului laser</p> $dP(\theta, \varphi) = n \cdot h\nu \cdot dA_n(\theta, \varphi)$ $dP(\theta, \varphi) = n \cdot h\nu \cdot R^2 \cdot (\sin \theta) \cdot (\cos \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi$	0,2p	
	<p>Expresia puterii totale minime a fascicului laser, necesară pentru ca sfera să leviteze</p> $P = n \cdot h\nu \cdot R^2 \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin \theta) \cdot (\cos \theta) \cdot d\theta$ $P = \frac{4\pi R^3 \cdot \rho \cdot g \cdot c}{3}$	0,4p	
<b>1.b.</b>	<p>Tipul de echilibru al sferei în fasciculus laser: echilibru indiferent</p>	0,4p	<b>0,8p</b>
	<p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p>Atâta timp cât sfera rămâne în interiorul fasciculusului laser, componenta orizontală pe axa Ox a forței rezultante, exercitate de fotoni asupra sferei este nulă. Aceasta înseamnă că în orice poziție ar levita sfera în interiorul fasciculusului, ea rămâne în echilibru, deci echilibrul este indiferent.</p>	0,4p	
<b>Nr. item</b>	<b>Sarcina de lucru nr. 2</b>		<b>Punctaj</b>
<b>2.a.</b>	<p><math>dA_0^i = dA_0 \cdot \cos \alpha</math></p>	0,2p	<b>4,8p</b>
	<p>Expresia unghiului solid elementar <math>d\Omega</math> sub care se vede suprafața elementară <math>dA_0^i</math> din focarul lentilei divergente</p> $d\Omega = \frac{dA_0^i}{(CF)^2}$	0,2p	
	<p><math>\Delta FQC \quad CF = \frac{ f }{\cos \alpha}</math></p> $d\Omega = \frac{dA_0 \cdot (\cos \alpha)^3}{f^2}$	0,2p	



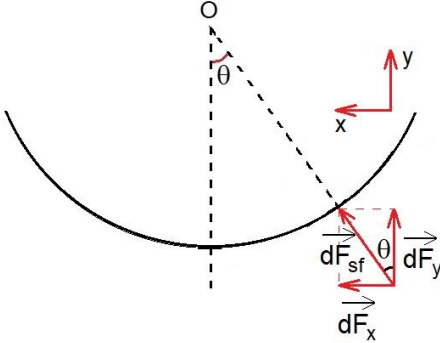


$dA_o = \frac{dA_{sf} \cdot \cos(\alpha + \theta)}{\left[1 + \frac{R}{ f }(1 - \cos \theta)\right]^2 \cdot \cos \alpha}$	0,2p	
$\cos(\alpha + \theta) \approx \cos \theta - \alpha \cdot \sin \theta, \text{ conform aproximațiilor din enunțul problemei}$	0,2p	
<p><math>\Delta FGM \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{GM}{ f  + R(1 - \cos \theta)}</math></p> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{R \cdot \sin \theta}{ f  \cdot \left[1 + \frac{R}{ f }(1 - \cos \theta)\right]} \quad \alpha \approx \frac{R \cdot \sin \theta}{ f } \cdot \left[1 - \frac{R}{ f }(1 - \cos \theta)\right]$ <p><math>\alpha \approx \frac{R \cdot \sin \theta}{ f }</math>, unde s-au neglijat termenii în <math>\frac{R}{ f }</math> de ordin superior și au fost păstrați numai termenii în <math>\frac{R}{ f }</math> de ordinul 1</p>	0,2p	
$\cos(\alpha + \theta) \approx \cos \theta - \frac{R \cdot (\sin \theta)^2}{ f }$	0,2p	
$dA_o \approx \frac{dA_{sf} \cdot \left[\cos \theta - \frac{R \cdot (\sin \theta)^2}{ f }\right]}{\left[1 + \frac{R}{ f }(1 - \cos \theta)\right]^2}$ $dA_o \approx dA_{sf} \cdot \left[\cos \theta - \frac{R}{ f } + \frac{R}{ f }(\cos \theta)^2\right] \cdot \left[1 - \frac{2R}{ f }(1 - \cos \theta)\right]$ $dA_o \approx dA_{sf} \cdot \cos \theta \cdot \left[1 - \frac{2R}{ f } + \frac{3R}{ f } \cos \theta - \frac{R}{ f  \cdot \cos \theta}\right]$	0,2p	
<p>Expresia elementului de arie de pe suprafața sferei</p> $dA_{sf}(\theta, \varphi) = R^2 \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot d\varphi$	0,2p	
$dA_o(\theta, \varphi) \approx R^2 \cdot (\sin \theta) \cdot d\theta \cdot \cos \theta \cdot \left[1 - \frac{2R}{ f } + \frac{3R}{ f } \cos \theta - \frac{R}{ f  \cdot \cos \theta}\right] \cdot d\varphi$	0,2p	
<p>Expresia densității fluxului de fotoni <math>n = \frac{dN}{dA_o \cdot dt}</math></p>	0,2p	



<div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: right;"><math>\gamma = \pi - \theta - \alpha</math></p> <p>Expresia variației de impuls a celor <math>dN</math> fotoni</p> $\Delta \vec{p}_{tot}(\theta, \varphi, t) = n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot dA_0(\theta, \varphi) \cdot \cos(\pi - \theta - \alpha) \cdot dt \cdot \vec{i}$ $\Delta \vec{p}_{tot}(\theta, \varphi, t) \approx n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot dA_0 \cdot dt \cdot \left[ \cos\theta - \frac{R}{ f } \cdot (\sin\theta)^2 \right] \cdot \vec{i}$	0,4p	
<p>Expresia variației de impuls transmisă sferei de cei <math>dN</math> fotoni</p> $\Delta \vec{p}_{sf}(\theta, \varphi, t) = -\Delta \vec{p}_{tot}(\theta, \varphi, t)$ $\Delta \vec{p}_{sf}(\theta, \varphi, t) \approx -n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot dA_0(\theta, \varphi) \cdot dt \cdot \left[ \cos\theta - \frac{R}{ f } \cdot (\sin\theta)^2 \right] \cdot \vec{i}$	0,2p	
<p>Expresia forței elementare exercitată de cei <math>dN</math> fotoni asupra sferei</p> $d\vec{F}(\theta, \varphi) = \frac{\Delta \vec{p}_{sf}(\theta, \varphi, t)}{dt}$ $d\vec{F}(\theta, \varphi) \approx -n \cdot 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot dA_0(\theta, \varphi) \cdot \left[ \cos\theta - \frac{R}{ f } \cdot (\sin\theta)^2 \right] \cdot \vec{i}$	0,2p	



	 <p>Expresia mărimii forței rezultante elementare exercitată de fotoni asupra sferei, forță care are numai componentă verticală în sus</p> $dF_y(\theta, \varphi) = dF(\theta, \varphi) \cdot \cos \theta$ $dF_y(\theta, \varphi) \approx n \cdot 2 \frac{h\nu}{c} R^2 \left[ \left(1 - \frac{2R}{ f }\right) (\cos \theta)^3 \sin \theta - \frac{2R}{ f } (\cos \theta)^2 \sin \theta + \frac{4R}{ f } (\cos \theta)^4 \sin \theta \right] d\theta \cdot d\varphi$	0,2p	
	<p>Expresia mărimii forței rezultante exercitate de fotoni asupra sferei</p> $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad \text{și} \quad \varphi \in [0, 2\pi]$ $F_y \approx n \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(1 - \frac{22R}{15 \cdot  f }\right)$ $F_y \approx \frac{I}{c} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(1 - \frac{22R}{15 \cdot  f }\right)$	0,4p	
	<p>Condiția de levitație a sferei <math>\vec{F}_{rez} = 0</math> <math>F_y = G</math>, unde <math>G = \rho \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot g</math></p>	0,2p	
	<p>Expresia intensității minime a fasciculului laser, astfel încât sfera să leviteze</p> $I \approx \frac{4\rho \cdot c \cdot g}{3} \left(1 + \frac{22R}{15 \cdot  f }\right)$	0,2p	
2.b.	<p>Tipul de echilibru al sferei în fasciculul laser: echilibru stabil</p>	0,4p	0,8p
	<p><i>Exemplu de răspuns:</i> Atâta timp cât sfera rămâne în interiorul fasciculului laser, la deplasarea orizontală a sferei față de poziția de echilibru în care levitează, apar forțe orizontale de revenire către poziția de echilibru (determinate de divergența fasciculului laser). În aceste condiții, echilibrul sferei este stabil.</p>	0,4p	
<b>TOTAL Problema nr.2</b>			<b>10p</b>

© Barem de evaluare propus de:

Prof. Dr. Delia DAVIDESCU