



Oricare altă rezolvare care conduce la rezultate corecte va fi punctată corespunzător

Problema nr. 2

Studiul unor oscilații

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1 – Legea de mișcare	Punctaj	Punctaj
1.a.	<p>Mișcare spre stânga: $m\ddot{x} = -kx + \mu mg$ $\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(x - \frac{\mu mg}{k}\right) = 0$</p> <p>Condiții inițiale: $\begin{cases} x_1(0) = x_0 \\ v_1(0) = 0 \end{cases}$</p> <p>Expresia legii de mișcare (prima semioscilație) : $x_1(t) = \left(x_0 - \frac{\mu mg}{k}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{\mu mg}{k}$</p> <p>Perioada de oscilație $T = 2\pi\sqrt{m/k}$</p> <p>$x_1(T/2) = -x_0 + \frac{2\mu mg}{k}$ $x_1 \in \left(-x_0 + \frac{2\mu mg}{k}, x_0\right]$</p>	0,4p	1,6p
	<p>Mișcare spre dreapta: $m\ddot{x} = -kx - \mu mg$ $\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(x + \frac{\mu mg}{k}\right) = 0$</p> <p>Condiții inițiale: $\begin{cases} x_2(T/2) \equiv x_1(T/2) \\ v_2(T/2) = 0 \end{cases}$</p> <p>Expresia legii de mișcare (a doua semioscilație): $x_2(t) = \left(x_0 - \frac{3\mu mg}{k}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \frac{\mu mg}{k}$</p> <p>$x_2(T) = x_0 - \frac{4\mu mg}{k}$ $x_2 \in \left[-x_0 + \frac{2\mu mg}{k}, x_0 - \frac{4\mu mg}{k}\right)$</p>	0,4p	
	<p>Mișcare spre stânga: $m\ddot{x} = -kx + \mu mg$ $\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(x - \frac{\mu mg}{k}\right) = 0$</p> <p>Condiții inițiale: $\begin{cases} x_3(T) \equiv x_2(T) \\ v_3(T) = 0 \end{cases}$</p> <p>Expresia legii de mișcare (a treia semioscilație): $x_3(t) = \left(x_0 - \frac{5\mu mg}{k}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{\mu mg}{k}$</p> <p>$x_3(3T/2) = -x_0 + \frac{6\mu mg}{k}$ $x_3 \in \left(-x_0 + \frac{6\mu mg}{k}, x_0 - \frac{4\mu mg}{k}\right]$</p>	0,4p	
	<p>Mișcare spre dreapta: $m\ddot{x} = -kx - \mu mg$ $\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(x + \frac{\mu mg}{k}\right) = 0$</p> <p>Condiții inițiale: $\begin{cases} x_4(3T/2) \equiv x_3(3T/2) \\ v_4(3T/2) = 0 \end{cases}$</p> <p>Expresia legii de mișcare (a patra semioscilație): $x_4(t) = \left(x_0 - \frac{7\mu mg}{k}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \frac{\mu mg}{k}$</p> <p>$x_4(2T) = x_0 - \frac{8\mu mg}{k}$ $x_4 \in \left[-x_0 + \frac{6\mu mg}{k}, x_0 - \frac{8\mu mg}{k}\right)$</p>	0,4p	



<p>1.b.</p>	<p>Graph 1 <i>Exemplu de răspuns:</i></p>	<p>0,8p</p>	<p>0,8p</p>
<p>Nr. item</p>	<p><i>Sarcina de lucru nr. 2 – Energia sistemului oscilant</i></p>		<p>Punctaj</p>
<p>2.a.</p>	<p>Graph 2 <i>Exemplu de răspuns:</i></p>	<p>0,4p</p>	<p>0,4p</p>
<p>2.b.</p>	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei cinetice a corpului P, corespunzătoare primei semioscilații a ansamblului</p> $E_{c,1}(x) = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{\mu mg}{k} \right)^2 - \frac{k}{2} \left(x - \frac{\mu mg}{k} \right)^2$ <p>Expresiile pentru coordonatele vârfului parabolei $E_{c,1}(x)$</p> $\begin{cases} x_{1,\max} = \frac{\mu mg}{k} \\ (E_{c,1})_{\max} = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{\mu mg}{k} \right)^2 \end{cases}$ <p>Expresiile coordonatelor x, pentru care $E_{c,1}(x) = 0$</p> $\begin{cases} x_{1,1} = x_0 \\ x_{1,2} = -x_0 + \frac{2\mu mg}{k} \end{cases}$	<p>0,4p</p>	<p>1,6p</p>
	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei cinetice a corpului P, corespunzătoare celei de-a doua semioscilații a ansamblului</p> $E_{c,2}(x) = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{3\mu mg}{k} \right)^2 - \frac{k}{2} \left(x + \frac{\mu mg}{k} \right)^2$	<p>0,4p</p>	



	<p>Expresiile pentru coordonatele vârfului parabolei $E_{c,2}(x)$ $\begin{cases} x_{2,\max} = -\mu mg/k \\ (E_{c,2})_{\max} = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{3\mu mg}{k} \right)^2 \end{cases}$</p> <p>Expresiile coordonatelor x, pentru care $E_{c,2}(x) = 0$ $\begin{cases} x_{2,1} = x_0 - \frac{4\mu mg}{k} \\ x_{2,2} = -x_0 + \frac{2\mu mg}{k} \end{cases}$</p>		
	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei cinetice a corpului P, corespunzătoare celei de-a treia semioscilații a ansamblului</p> $E_{c,2}(x) = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{5\mu mg}{k} \right)^2 - \frac{k}{2} \left(x - \frac{\mu mg}{k} \right)^2$ <p>Expresiile pentru coordonatele vârfului parabolei $E_{c,3}(x)$ $\begin{cases} x_{3,\max} = \mu mg/k \\ (E_{c,3})_{\max} = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{5\mu mg}{k} \right)^2 \end{cases}$</p> <p>Expresiile coordonatelor x, pentru care $E_{c,3}(x) = 0$ $\begin{cases} x_{3,1} = x_0 - \frac{4\mu mg}{k} \\ x_{3,2} = -x_0 + \frac{6\mu mg}{k} \end{cases}$</p>	0,4p	
	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei cinetice a corpului P, corespunzătoare celei de-a patra semioscilații a ansamblului</p> $E_{c,4}(x) = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{7\mu mg}{k} \right)^2 - \frac{k}{2} \left(x + \frac{\mu mg}{k} \right)^2$ <p>Expresiile pentru coordonatele vârfului parabolei $E_{c,4}(x)$ $\begin{cases} x_{4,\max} = -\mu mg/k \\ (E_{c,4})_{\max} = \frac{k}{2} \left(x_0 - \frac{7\mu mg}{k} \right)^2 \end{cases}$</p> <p>Expresiile coordonatelor x, pentru care $E_{c,4}(x) = 0$ $\begin{cases} x_{4,1} = x_0 - \frac{8\mu mg}{k} \\ x_{4,2} = -x_0 + \frac{6\mu mg}{k} \end{cases}$</p>	0,4p	
2.c.	<p>Graph 3</p> <p>Notă: Pentru fiecare arc de parabolă schițat corect împreună cu notarea mărimilor relevante se vor acorda 0,3p.</p>	1,2p	1,2p



<p>2.d.</p>	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei totale a ansamblului corp-resort, corespunzătoare primei semioscilații</p> $E_{tot,in} = E_{tot,fin} + L_{frec} $ $E_{tot,1}(x) = \frac{kx_0^2}{2} - \mu mg(x_0 - x)$	<p>0,3p</p>	<p>1,2p</p>
	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei totale a ansamblului corp-resort, corespunzătoare celei de-a doua semioscilații</p> $E_{tot,2}(x) = \frac{k[x_1(T/2)]^2}{2} - \mu mg[x - x_1(T/2)]$ <p>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</p>	<p>0,3p</p>	
	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei totale a ansamblului corp-resort, corespunzătoare celei de-a treia semioscilații</p> $E_{tot,3}(x) = \frac{k[x_2(T)]^2}{2} - \mu mg[x_2(T) - x]$ <p>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</p>	<p>0,3p</p>	
	<p>Expresia dependenței de coordonata x a energiei totale a ansamblului corp-resort, corespunzătoare celei de-a patra semioscilații</p> $E_{tot,4}(x) = \frac{k[x_3(3T/2)]^2}{2} - \mu mg[x - x_3(3T/2)]$ <p>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</p>	<p>0,3p</p>	
<p>2.e.</p>	<p>Graph 4 Exemplet de răspuns: Schița este trasată pentru $x_0 = (10\mu mg)/k$</p> <p>Notă: Pentru fiecare segment de dreaptă schițat corect împreună cu notarea mărimilor relevante se vor acorda 0,2p.</p>	<p>0,8p</p>	<p>0,8p</p>
<p>Nr. item</p>	<p>Sarcina de lucru nr. 3 – Viteza corpului P</p>		<p>Punctaj</p>
<p>3.a.</p>	<p>O expresie care să evidențieze dependența dintre viteza corpului P și coordonata x a acestuia, pentru prima semioscilație</p> $\frac{\left(x - \frac{\mu mg}{k}\right)^2}{\left(x_0 - \frac{\mu mg}{k}\right)^2} + \frac{v^2}{\frac{k}{m}\left(x_0 - \frac{\mu mg}{k}\right)^2} = 1$ $\begin{cases} x_{c,1} = \frac{\mu mg}{k} \\ v_{c,1} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = x_0 - \frac{\mu mg}{k} \\ b_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \left(x_0 - \frac{\mu mg}{k}\right) \end{cases}$ <p>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</p>	<p>0,3p</p>	<p>1,2p</p>



	<p>O expresie care să evidențieze dependența dintre viteza corpului P și coordonata x a acestuia, pentru a doua semioscilație</p> $\frac{\left[x - \left(-\frac{\mu mg}{k}\right)\right]^2}{\left(x_0 - \frac{3\mu mg}{k}\right)^2} + \frac{v^2}{\frac{k}{m}\left(x_0 - \frac{3\mu mg}{k}\right)^2} = 1$ $\begin{cases} x_{C,2} = -\frac{\mu mg}{k} \\ v_{C,2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = x_0 - \frac{3\mu mg}{k} \\ b_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \left(x_0 - \frac{3\mu mg}{k}\right) \end{cases}$ <p><i>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</i></p>	0,3p	
	<p>O expresie care să evidențieze dependența dintre viteza corpului P și coordonata x a acestuia, pentru a treia semioscilație</p> $\frac{\left[x - \frac{\mu mg}{k}\right]^2}{\left(x_0 - \frac{5\mu mg}{k}\right)^2} + \frac{v^2}{\frac{k}{m}\left(x_0 - \frac{5\mu mg}{k}\right)^2} = 1$ $\begin{cases} x_{C,3} = \frac{\mu mg}{k} \\ v_{C,3} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = x_0 - \frac{5\mu mg}{k} \\ b_3 = \sqrt{\frac{k}{m}} \left(x_0 - \frac{5\mu mg}{k}\right) \end{cases}$ <p><i>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</i></p>	0,3p	
	<p>O expresie care să evidențieze dependența dintre viteza corpului P și coordonata x a acestuia, pentru a patra semioscilație</p> $\frac{\left[x - \left(-\frac{\mu mg}{k}\right)\right]^2}{\left(x_0 - \frac{7\mu mg}{k}\right)^2} + \frac{v^2}{\frac{k}{m}\left(x_0 - \frac{7\mu mg}{k}\right)^2} = 1$ $\begin{cases} x_{C,4} = -\frac{\mu mg}{k} \\ v_{C,4} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_4 = x_0 - \frac{7\mu mg}{k} \\ b_4 = \sqrt{\frac{k}{m}} \left(x_0 - \frac{7\mu mg}{k}\right) \end{cases}$ <p><i>Notă: Se va puncta oricare altă expresie echivalentă, corectă.</i></p>	0,3p	
3.b.	<p>Graph 5 <i>Exemplu de răspuns: Schița este trasată pentru $x_0 = (10\mu mg)/k$</i></p> <p><i>Notă: Pentru fiecare semi elipsă schițată corect împreună cu notarea mărimilor relevante se vor acorda 0,3p</i></p>	1,2p	1,2p
Punctaj total			10p

© Barem de evaluare și de notare propus de:

Delia DAVIDESCU, PhD

Adrian DAFINEI, PhD