



Problema nr. 1 (10 puncte)

Cablul coaxial

Introducere

În laboratoare, se folosesc deseori cabluri coaxiale pentru transmiterea datelor colectate de senzorii utilizați în diferite dispozitive experimentale, către platformele de înregistrare și afișare a acestor date. De asemenea, cablurile coaxiale sunt folosite pentru transmiterea semnalelor TV, pentru conectarea radioemitoarelor și a radioreceptoarelor cu antenele lor, pentru transmiterea de date către computerele de mare viteză etc.

Patentul pentru cablul coaxial datează din anul 1880 și aparține fizicianului, inginerului și matematicianului Oliver Heaviside.

În această problemă veți analiza, pe baza unor modelări simple, câteva dintre proprietățile unui cablu coaxial, a cărui structură este schițată în figura nr. 1.

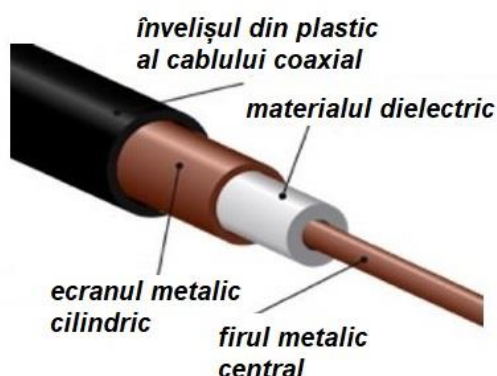


Figura nr. 1

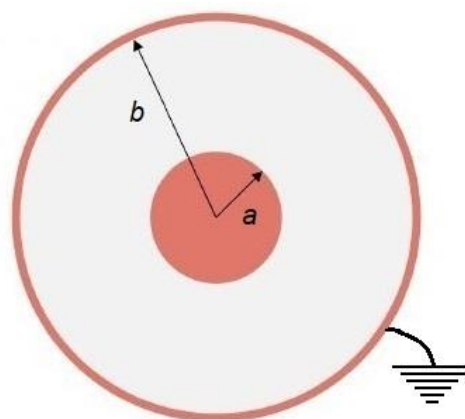


Figura nr. 2

Firul metalic central este un cilindru cu raza a și cu rezistență electrică presupusă neglijabilă (figura nr. 2). Ecranul metalic cilindric are raza interioară b și este legat la Pământ. Spațiul dintre firul metalic central și ecranul metalic cilindric este umplut cu un dielectric liniar, nedispersiv și izotrop, având permitivitatea electrică relativă ϵ_r și permeabilitatea magnetică relativă μ_r . Permitivitatea electrică a vidului este ϵ_0 și permeabilitatea magnetică a vidului este μ_0 .

Sarcina de lucru nr. 1

Această sarcină de lucru vă propune să analizați transferul de energie de la o sursă la un consumator, conectat la sursă prin intermediul unui cablului coaxial.

Aveți în vedere că transferul de energie poate fi descris, cu ajutorul unei mărimi vectoriale \vec{S} , numită vector Poynting.

Astfel, pentru mediul dielectric specificat în introducerea la această probleme, expresia vectorului Poynting, într-un punct din interiorul acestui dielectric, este:



$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \vec{E} \times \vec{B} \quad (1)$$

În expresia din relația (1), \vec{E} și \vec{B} reprezintă intensitatea câmpului electric, respectiv inducția câmpului magnetic în punctul din interiorul dielectricului.

De asemenea, aveți în vedere că mărimea vectorului Poynting

$$S = \frac{dW}{dt \cdot dA_n} \quad (2)$$

are semnificația energiei transferate în unitatea de timp, prin unitatea de arie transversală la direcția de "curgere" a acesteia, iar orientarea vectorului Poynting indică direcția și sensul de "curgere" a acestei energii.

Pentru a rezolva cerințele din cadrul sarcinii de lucru nr. 1, considerați o sursă de tensiune $v(t) = V_m \sin(\omega t)$, care furnizează energie unui consumator, prin intermediul unui cablu coaxial drept, de tipul celui descris în partea de introducere a acestei probleme. Intensitatea curentului electric prin cablul coaxial are expresia $i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$.

1.a.	Scriveți expresia mărimii inducției câmpului magnetic $B(r, t)$, într-un punct situat la distanța r ($a \leq r \leq b$) de axul central al cablului coaxial, la un moment de timp t .	(0,5 p)
1.b.	Deduceți expresia mărimii intensității câmpului electric $E(r, t)$, într-un punct situat la distanța r ($a \leq r \leq b$) de axul central al cablului coaxial, la un moment de timp t .	(1,5 p)
1.c.	Determinați expresia pentru media în timp (calculată pentru un interval de timp egal cu o perioadă a tensiunii alternative) a fluxului de energie $\langle \Phi(t) \rangle_T$ prin aria unei suprafețe perpendiculare pe axul central al cablului coaxial.	(2,0 p)
1.d.	Scriveți un scurt comentariu, referitor la rezultatul pe care l-ați obținut în cadrul sarcinii de lucru 1.c.	(0,5 p)

Sarcina de lucru nr. 2

În cadrul sarcinii de lucru nr. 2, veți determina câteva mărimi caracteristice cablului coaxial, descris în introducerea la această problemă. Pentru a rezolva cerințele formulate în cadrul acestei sarcini de lucru, considerați că intensitatea curentului electric ce străbate firul central al cablului coaxial și potențialul acestui fir sunt variabile în timp.

2.a.	Determină expresia inductanței L_0 a unității de lungime a cablului coaxial.	(1,5 p)
-------------	--	---------



2.b.	Dedu expresia capacității C_0 a unității de lungime a cablului coaxial.	(1,5 p)
-------------	---	---------

Imaginează-ți că acest cablu coaxial este alcătuit dintr-o succesiune pe porțiuni identice, cu lungimea foarte mică $\delta\ell$, cu inductanța $L' = L_0 \cdot (\delta\ell)$ și cu capacitatea $C' = C_0 \cdot (\delta\ell)$. Întrucât inductanța este o proprietate a firului metalic central, iar capacitatea este cuplată între firul central și ecranul metalic cilindric, cablu coaxial poate fi modelat ca o rețea electrică pe care o poți considera ca infinită (figura nr. 3).

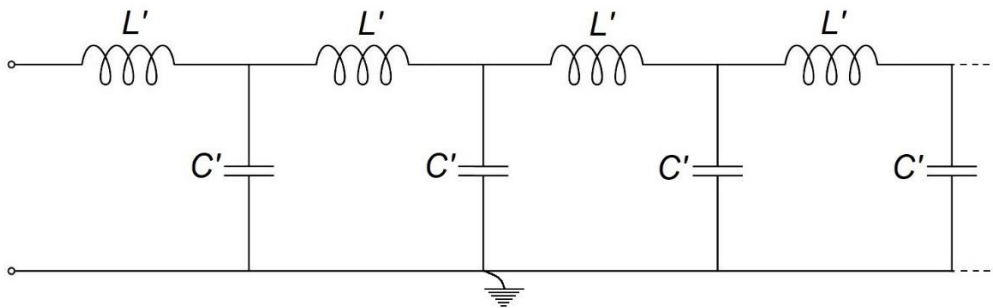


Figura nr. 3

2.c.	Determină expresia impedanței Z_{cablu} a cablului coaxial, modelat ca rețeaua electrică infinită din figura nr. 3, dacă lungimea $\delta\ell$ este foarte mică.	(2,5 p)
-------------	--	---------

© Subiect propus de:
Prof. Dr. Delia DAVIDESCU



--

Foaie de Răspunsuri**Problema nr. 1 (10 puncte)****Cablul coaxial**

1.a.	Expresia mărimii inducției câmpului magnetic $B(r,t) =$	0,5p
1.b.	Expresia mărimii intensității câmpului electric $E(r,t) =$	1,5p
1.c.	Expresia pentru media în timp a fluxului de energie $\langle \Phi \rangle_T =$	2,0p
1.d.	Comentariul scurt, referitor la rezultatul obținut va fi scris pe pagina cu soluția la sarcina de lucru 1.e.	0,5p
2.a.	Expresia inductanței unității de lungime a cablului coaxial $L_0 =$	1,5p
2.b.	Expresia capacității unității de lungime a cablului coaxial $C_0 =$	1,5p
2.c.	Expresia impedanței a cablului coaxial $Z_{cablu} =$	2,5p
Total		10p



Problema nr. 2 (10 puncte)

Reacții nucleare studiate în sistemul centrului de masă

Introducere

O reacție nucleară este un proces prin care două particule sau sisteme de particule interacționează prin forțe nucleare și ansamblul se desface în mai multe particule sau sisteme de particule. Particulele în starea finală se numesc produși de reacție.

O reacție nucleară se scrie simbolic sub forma

$$a + X \rightarrow Y + b \quad (1)$$

sau

$$X(a, b)Y \quad (2)$$

Particula a se numește nucleu proiectil; această particulă este de obicei accelerată pentru a produce reacția nucleară. Nucleul X se numește nucleu țintă și este, de obicei, în repaus în sistemul laboratorului. Nucleul Y se numește nucleu rezidual, iar particula b este nucleul mai ușor rezultat din reacție.

Pentru o reacție nucleară se definește energia de reacție Q , ca fiind mărimea fizică exprimată prin diferența dintre energiile de repaus ale nucleelor inițiale (a și X) și respectiv ale produșilor de reacție (b și Y).

$$Q = (m_a + M_X - M_Y - m_b) \cdot c^2 \quad (3)$$

O reacție nucleară este exoenergetică, dacă energia de reacție este $Q > 0$. O reacție nucleară este endoenergetică dacă energia de reacție este $Q < 0$.

De obicei, mărimile fizice utilizate în studiul reacțiilor nucleare (energie cinetică, viteză, impuls etc.) sunt măsurate în sistemul de referință al laboratorului (SL).

Însă, deseori, reacțiile nucleare sunt analizate în sistemul centrului de masă (SCM). Acest sistem se mișcă cu viteză constantă față de sistemul laboratorului, astfel încât în sistemul centrului de masă particulele a și X care interacționează, dar și produșii de reacție au impulsul total zero.

În cele ce urmează veți analiza diferite reacții nucleare și veți determina expresiile și valorile unor mărimi caracteristice acestor reacții. Considerați că nucleul țintă X este în repaus în sistemul laboratorului și că energia cinetică (determinată în sistemul laboratorului) a particulei proiectil este de cel mult câțiva zeci de MeV.

În rezolvarea diferitelor sarcini de lucru exprimați, după caz, rezultatele în funcție de simbolurile mărimilor indicate în tabelul nr. 1 precum și în funcție de simbolurile, respectiv valorile, altor mărimi specificate în mod particular, în diferite sarcini de lucru.

Tabelul nr. 1

m_a	Masa de repaus a particulei a
M_X	Masa de repaus a nucleului țintă X
T_a	Energia cinetică a particulei a , determinată în sistemul laboratorului

Dacă vă este necesar, puteți folosi relația $(1-x)^n = 1 - n \cdot x + \frac{n(n-1)}{2!} \cdot x^2 + \dots$, pentru $|x| < 1$



Sarcina de lucru nr. 1

Sarcina de lucru nr. 1 vă propune să deduceți expresii pentru energia cinetică totală a nucleelor a și X , cât și pentru energia cinetică totală produșilor de reacție b și Y , în sistemul centrului de masă. De asemenea, în cadrul acestei sarcini de lucru veți demonstra expresia energiei cinetice de prag a particulei proiectil, necesară pentru declanșarea unei reacții nucleare endoenergetice.

1.a.	Determinați expresia T_{SCM}^{in} a energiei cinetice totale (inițiale) a sistemului format din particula a și din nucleul X , în raport cu SCM.	(1,5 p)
1.b.	Deduceți expresia T_{SCM}^{fin} a energiei cinetice totale (finale) a sistemului format din particula b și din nucleu rezidual Y , în raport cu SCM. Exprimați rezultatul în funcție de energia de reacție Q și de mărimi indicate în tabelul nr. 1.	(1,0 p)

În studiul reacțiilor nucleare, s-a evidențiat că o reacție endoenergetică se produce numai dacă particula proiectil are, în sistemul laboratorului, o energie cinetică cel puțin egală cu o valoare limită, numită valoare de prag.

Energia cinetică minimă a particulei proiectil a , în sistemul laboratorului, necesară pentru a produce reacția nucleară endoenergetică (la prag) se numește energie cinetică de prag și se notează $T_{a, prag}$.

1.c.	Folosind expresia dedusă în cadrul sarcinii de lucru 1.b., determinați expresia energiei cinetice de prag $T_{a, prag}$ a particulei proiectil a . Exprimați rezultatul în funcție de energia de reacție Q și de mărimi indicate în tabelul nr. 1.	(1,0 p)
-------------	--	---------

Uneori, în urma interacțiunii dintre particula proiectil a și nucleul țintă X , aflat în repaus în sistemul laboratorului se obține un nucleu compus NC^* într-o stare excitată.



1.d.	Determinați expresia \mathcal{E}_{excit} a energiei de excitare a nucleului compus NC^* . Exprimați rezultatul în funcție de energia de reacție Q și de mărimi indicate în tabelul nr. 1.	(1,0 p)
-------------	---	---------

Sarcina de lucru nr. 2

Sarcina de lucru nr. 2 vă propune să utilizați expresiile deduse în cadrul sarcinii de lucru nr. 1, pentru a determina, în câteva cazuri concrete, valori ale unor mărimi specifice reacțiilor nucleare.

Pentru sarcinile de lucru 2.a. și 2.b., considerați următoarea reacție nucleară endoenergetică, în care nucleul țintă ${}^7_3\text{Li}$ este în repaus în sistemul laboratorului.



Pentru efectuarea calculului, aveți în vedere că valoarea sarcinii electrice elementare este $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ și că $1/(4\pi\epsilon_0) = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.



eFizică!
23 Aprilie 2023

2.a.	Deduceți valoarea energiei cinetice minime $T_{\alpha, \min}^{Coulomb}$ a particulei α , în sistemul laboratorului, energie necesară pentru a depăși bariera coulombiană a sistemului ${}^4_2\alpha + {}^7_3Li$. Aveți în vedere că raza R unui nucleu depinde de numărul său A de nucleoni, conform relației $R = r_0 A^{1/3}$ și că $r_0 = 1,10 \text{ fm}$.	(1,5 p)
2.b.	Determinați valoarea energiei cinetice de prag $T_{\alpha, \text{prag}}$ a particulei proiectil α , dacă, pentru reacția nucleară descrisă prin relația (4), valoarea energiei de reacție este $Q' = -2,79 \text{ MeV}$.	(0,5 p)

Pentru sarcina de lucru 2.c., considerați că un nucleu de oxigen ${}^{16}_8O$ interacționează cu un nucleu de carbon ${}^{12}_6C$, aflat în repaus în sistemul laboratorului și că se formează un nucleu de siliciu ${}^{28}_{14}Si$ în starea fundamentală.



Aveți în vedere că, pentru reacția nucleară descrisă prin relația (5), energia de reacție are valoarea $Q'' = 16,8 \text{ MeV}$.

Pe de altă parte, dacă un nucleu de oxigen ${}^{16}_8O$, având, în sistemul laboratorului, energia cinetică $T_0 = 50,0 \text{ MeV}$ interacționează cu un nucleu de carbon ${}^{12}_6C$, aflat în repaus în sistemul laboratorului, atunci se formează un nucleu compus de ${}^{28}_{14}Si^*$, aflat într-o stare excitată.



2.c.	Deduceți valoarea $\mathcal{E}_{excit, Si}$ a energiei de excitare a nucleului compus de ${}^{28}_{14}Si^*$.	(1,0 p)
-------------	---	---------

În cele ce urmează, considerați reacția de fotodezintegrare a deuterionului, reacție descoperită de Chadwick și Goldhaber în 1934.



Țineți cont că deuterionul (2_1H) este în repaus în sistemul laboratorului și că energia de legătură a deuterionului este $B({}^2_1H) = 2,20 \text{ MeV}$.

Reacția de fotodezintegrare a deuterionului se produce dacă fotonul γ are o energie cel puțin egală cu o valoare de prag, notată $E_{\gamma, \text{prag}}$.

2.d.	Estimați valoarea procentului $p = \frac{E_{\gamma, \text{prag}} - B({}^2_1H)}{B({}^2_1H)} \cdot 100\%$, pentru reacția fotonucleară analizată. Aveți în vedere că $1u = 9,31 \cdot 10^2 \frac{\text{MeV}}{c^2}$	(2,5 p)
-------------	---	---------

© Subiect propus de:
Prof. Dr. Delia DAVIDESCU



--

Foaie de Răspunsuri

Problema nr. 2 (10 puncte)

Reacții nucleare studiate în sistemul centrului de masă

1.a.	Expresia energiei cinetice totale (inițiale) a sistemului analizat, în raport cu SCM $T_{SCM}^{in} =$	1,5p
1.b.	Expresia energiei cinetice totale (finale) a sistemului format din particula b și din nucleu rezidual Y , în raport cu SCM $T_{SCM}^{fin} =$	1,0p
1.c.	Expresia energiei cinetice de prag a particulei proiectil a , în raport cu SL $T_{a, prag} =$	1,0p
1.d.	Expresia energiei de excitare a nucleului compus $\mathcal{E}_{excit} =$	1,0p
2.a.	Valoarea energiei cinetice minime a particulei α , în raport cu SL , energie necesară pentru a depăși bariera coulombiană a sistemului $T_{\alpha, min}^{Coulomb} =$	1,5p
2.b.	Valoarea energiei cinetice de prag a particulei proiectil α , în raport cu SL $T_{\alpha, prag} =$	0,5p
2.c.	Valoarea energiei de excitare a nucleului compus ${}_{14}^{28}Si^*$ $\mathcal{E}_{excit, Si} =$	1,0p
2.d.	Valoarea estimată a procentului $p =$	2,5p
Total		10p