



Problema nr. 1 (10 puncte)

Mingea de ping-pong

O minge de ping-pong cu masa m , raza R și momentul de inerție față de o axă centrală egal cu I , se rostogolește pe suprafața orizontală a unei mese mari. Între masă și punctul de contact al ei cu mingea există frecare, însă frecarea mingii cu aerul se neglijează. Peste tot unde este necesar, se consideră cunoscută accelerația gravitațională g .

Sarcina de lucru nr. 1 – Proprietăți ale vitezelor (2,4 puncte)

1.a.	Dacă \vec{v} este viteza centrului de masă al mingii și \vec{u} viteza punctului ei de contact cu masa (față de sistemul de referință al laboratorului), demonstrează că $\frac{d\vec{v}}{dt} = \gamma \frac{d\vec{u}}{dt}$ determină expresia analitică a constantei γ în funcție de mărimile caracteristice ale mingii și calculează valoarea ei numerică.	(1,5 p)
-------------	--	---------

Viteza unghiulară a mingii lansate pe masă este $\vec{\omega} = \vec{\omega}_{\perp} + \vec{\omega}_{\parallel}$, unde $\vec{\omega}_{\parallel}$ este componenta paralelă cu masa a vectorului viteză unghiulară, $\vec{\omega}_{\perp} = \omega_{\perp} \hat{z}$ este componenta perpendiculară pe masă a aceluiași vector, iar \hat{z} este versorul direcției verticale, perpendiculară pe masă.

1.b.	Determină expresia componentei $\vec{\omega}_{\parallel}$ a vitezei unghiulare în funcție de vitezele \vec{v} și \vec{u} .	(0,5 p)
1.c.	Determină expresia vitezei de variație în timp a componentei verticale a vitezei unghiulare, adică $\frac{d\vec{\omega}_{\perp}}{dt}$	(0,4 p)

Sarcina de lucru nr. 2 – Disc rotitor (5,0 puncte)

În centrul mesei se execută o tăietură circulară. Centrul O al discului cu raza R_0 care rezultă este montat pe axul unui motor și apoi discul este așezat orizontal în gaura din centrul mesei. În acest fel, masa are în centru un disc rotitor. După pornirea motorului de sub disc, se asigură discului viteza unghiulară constantă $\vec{\Omega} = \Omega \hat{z}$. Pe masă, mingea se rostogolește fără alunecare spre disc, având o traiectorie rectilinie și viteza centrului de masă egală cu \vec{v}_0 . Experimental se constată că, după contactul cu discul, mingea își schimbă brusc direcția de deplasare, rostogolindu-se practic fără alunecare.

2.a.	Demonstrează că traiectoria mingii pe discul rotitor este un arc de cerc și determină viteza unghiulară Ω^* cu care este parcurs.	(1,0 p)
2.b.	Determină vectorul de poziție $\vec{r}_{O'/O}$ al centrului O' al arcului de cerc descris de minge ca traiectorie pe disc în raport cu centrul O al discului, modulul acestuia, precum și raza ρ a cercului din care face parte arcul de cerc.	(1,9 p)



eFizică!
26 Noiembrie 2023

2.c.	Cunoscând coeficientul de frecare statică dintre minge și disc, μ_s , determină limita maximă a vitezei v a centrului de masă al mingii, pentru ca aceasta să nu alunece pe disc.	(0,5 p)
------	---	---------

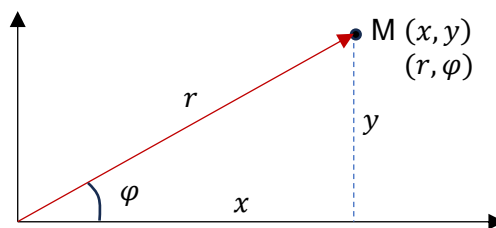
Întrucât forța de reacțiune normală este tot timpul finită, modificarea vitezei \vec{u} a punctului de contact dintre minge și suport (masă, respectiv disc) nu se poate face discontinuu la trecerea mingii de pe masă pe disc, ci într-un timp finit τ , care este foarte scurt (aceasta este, de fapt, suportul fizic al termenului „brusc” folosit în introducerea de la această sarcină de lucru). În acest interval de timp, frecarea dintre minge și suport chiar dacă este mare, este de alunecare, coeficientul de frecare la alunecare dintre minge și disc fiind μ .

2.d.	Dedu o expresie matematică care să furnizeze o măsură cât mai bună pentru acest timp τ .	(0,9 p)
------	---	---------

2.e.	Determină viteza mingii după trecerea acesteia de pe disc pe masă, \vec{v}_f .	(0,7 p)
------	--	---------

Sarcina de lucru nr. 3 – Secțiuni conice (1,3 puncte)

Să ne imaginăm că înlocuim discul cu inele concentrice, cu lățimi infinitezimale, fiecare inel rotindu-se cu viteză unghiulară constantă, astfel încât $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}(r)$. Pentru simplitate, consideră că viteza \vec{v}_0 a mingii înainte de a intra pe platforma rotitoare formată din inele concentrice este de-a lungul axei Oy a unui sistem cartezian fix cu originea în centrul inelelor, dar în loc de coordonatele carteziene (x, y) ale unui punct M de pe disc mai comode sunt coordonatele polare plane (r, φ) , așa cum este ilustrat în figura de mai jos.



În coordonate polare plane, componentele vitezei unui corp sunt

$$v_r = \frac{dr}{dt} \text{ și } v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt},$$

iar ecuația unei conice se scrie

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi},$$

unde p este parametrul conice, iar e – excentricitatea ei.

3.	Dedu dependența $\Omega(r)$ pentru ca traiectoria mingii să fie o conică cu excentricitatea e cunoscută.	(1,3 p)
----	--	---------

Sarcina de lucru nr. 4 – Derivă (1,3 puncte)

Să ne întoarcem la discul inițial. Din cauza problemelor de asigurare a poziției perfect orizontale a discului în centrul mesei, apare un fenomen nou: pe lângă traiectoria circulară analizată anterior,



eFizică!
26 Noiembrie 2023

mingea are și o mișcare de derivă pe disc. S-a constatat că aceasta apare din cauza faptului că axul discului nu este perfect vertical, ci formează un mic unghi α cu verticala locului.

4.	Dedu expresia vitezei de derivă, \vec{v}_d , a mingii pe discul înclinat, aflat în rotație cu viteza unghiulară Ω .	(1,3 p)
----	--	---------

© Subiect propus de:

Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU,

Facultatea de Fizică, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași



--

Foaie de Răspunsuri

Problema nr. 1 (10 puncte)

Mingea de ping-pong

1.a.	Expresia constantei γ este: $\gamma =$ Valoarea numerică a constantei γ este: $\gamma =$	1,5p
1.b.	$\vec{\omega}_{\parallel} =$	0,5p
1.c.	$\frac{d\vec{\omega}_{\perp}}{dt} =$	0,4p
2.a.	$\Omega^* =$	1,0p
2.b.	$\vec{r}_{o'/o} =$ $ \vec{r}_{o'/o} =$ $\rho =$	1,9p



eFizică!
26 Noiembrie 2023

Codul concurentului -- Problema

--

2.c.	Limita maximă a vitezei v este:	0,5p
2.d.	Expresia metamatică a timpului τ este:	0,9p
2.e.	$\vec{v}_f =$	0,7p
3.	$\Omega(r) =$	1,3p
4.	$\vec{v}_d =$	1,3p
Total		10p



Problema nr.2 (10 puncte)

O modelare electrică pentru axon

Axonul (extensia neuronului) are o membrană cilindrică, cu un fluid conductor în interiorul acesteia și cu altul în exterior. În timpul stimulării axonului, membrana este parcursă de un curent electric radial, datorat trecerii ionilor de Na^+ și respectiv de K^+ prin această membrană. Cei mai mulți axoni au lungimi de câțiva milimetri, dar sunt și axoni cu lungimi mai mari de un metru. Pentru a analiza transmisia unui stimul nervos de-a lungul unui axon se pot utiliza diferite modelări.

De exemplu, un axon poate fi modelat printr-o rețea electrică presupusă infinită, a cărei diagramă este prezentată în Figura 1. O porțiune cu lungimea Δx dintr-un axon poate fi modelată printr-o „celulă” a acestei rețele electrice infinite, în care R_1 reprezintă rezistența electrică a fluidului din interiorul, respectiv exteriorul membranei axonului, iar R_2 rezistența electrică a membranei – pentru porțiunea considerată.

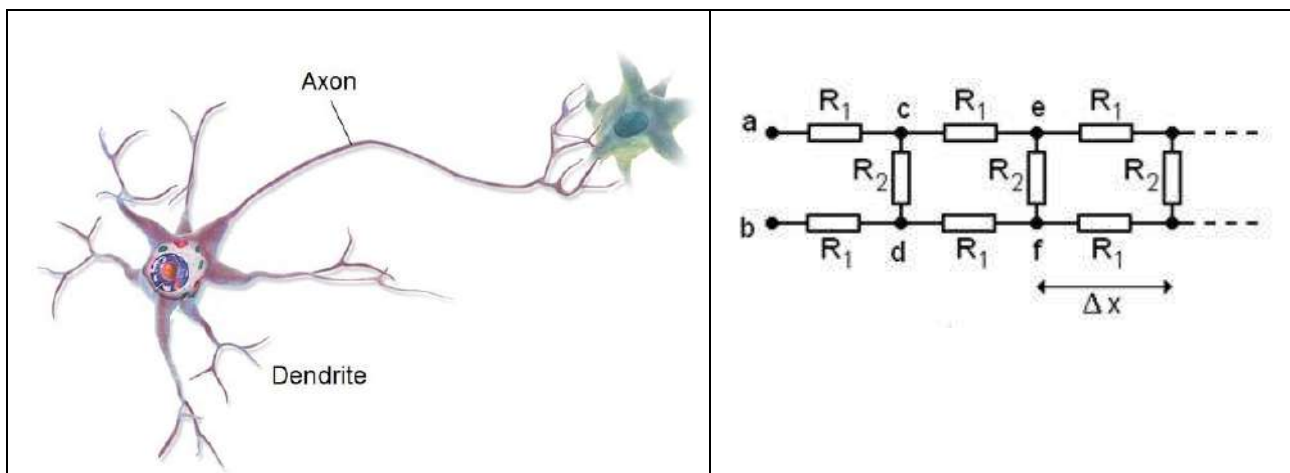


Figura nr.1

Sarcina de lucru nr.1

Sarcina de lucru nr. 1 îți propune să analizezi rețeaua electrică infinită (Figura1) ce modelează un axon. Valorile rezistențelor electrice pentru o porțiune din axon, care are lungimea $\Delta x = 1,0 \mu m$, sunt $R_1 = 6,4 \cdot 10^3 \Omega$ și respectiv $R_2 = 8,0 \cdot 10^8 \Omega$.

1.a.	Determină expresia rezistenței electrice R_e a axonului, corespunzătoare punctelor a și b din Figura nr.1 și calculează valoarea acestei rezistențe.	(2,5 p)
-------------	--	---------

Sarcina de lucru nr.2

Lanțul de rezistori prezentat în diagrama din Figura 1 este cunoscut sub denumirea de „lanț atenuator”. Această denumire evidențiază faptul că diferența de potențial dintre capetele unui rezistor cu rezistența electrică R_2 se atenuază cu atât mai mult, cu cât acel rezistor este plasat mai departe de extremitatea rețelei, marcată prin punctele a și b .



2.a.	Dedu expresia diferenței de potențial U_n dintre capetele celei de-a n -a rezistențe electrice R_2 . Consideră că numărarea rezistențelor electrice R_2 începe de la capătul rețelei marcat prin punctele a și b . Exprimă diferența de potențial U_n în funcție de $\beta = \frac{2 \cdot R_1 \cdot (R_e + R_2)}{R_e \cdot R_2}$, de tensiunea U_{ab} aplicată între punctele a și b și de numărul n .	(2,5 p)
2.b.	Calculează de câte ori scade diferența de potențial dintre interiorul și exteriorul membranei axonului, de-a lungul unei distanțe de $2,0\text{ mm}$.	(1,0 p)

Sarcina de lucru nr.3

Unii axoni sunt înveliți într-un strat segmentat de mielină (Figura nr.2).

Segmentele din membrană învelite într-un strat mielină au circa $2,0\text{ mm}$ lungime și sunt separate de locuri în care stratul de mielină lipsește, numite nodurile Ranvier. Mielina crește rezistența electrică a unui segment de membrană cu lungimea de $\Delta x = 1,0\ \mu\text{m}$ la valoarea $R_2' = 3,3 \cdot 10^{12}\ \Omega$.

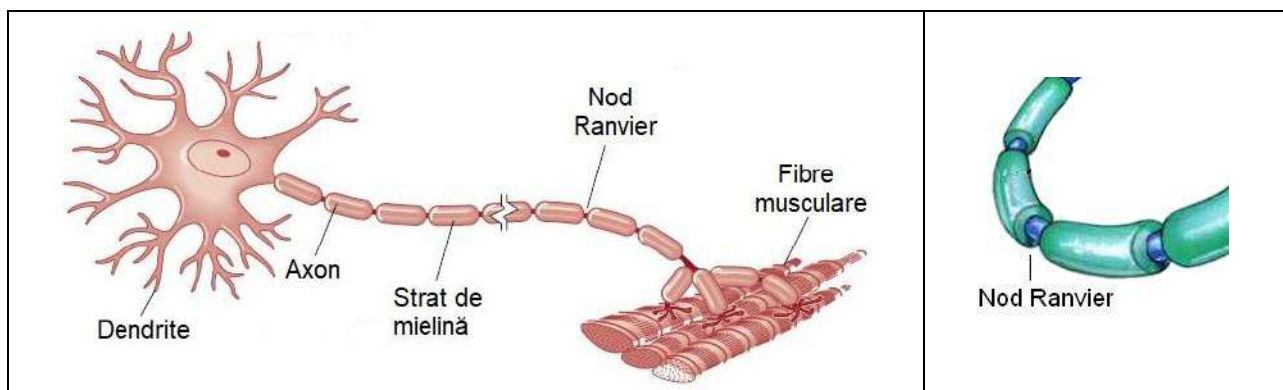


Figura nr.2

3.a.	Determină de câte ori scade diferența de potențial dintre interiorul și exteriorul unui axon, pe distanța dintre două noduri Ranvier consecutive. Consideră că U_{ab} este tensiunea electrică aplicată la intrarea în porțiunea din rețeaua electrică, ce modelează un axon cu strat segmentat de mielină, porțiune corespunzătoare distanței dintre două noduri Ranvier consecutive.	(2,0 p)
3.b.	În situația transmiterii unui stimul nervos pe o distanță mare, precizează care tip de axon (cel fără strat mielinic, sau cel învelit cu un strat segmentat de mielină) asigură o atenuare mai mică a semnalului electric. Argumentează pe scurt răspunsul.	(2,0 p)

© Subiect propus de:
Prof. Dr. Delia DAVIDESCU



--

Foaie de Răspunsuri**Problema nr. 2 (10 puncte)****O modelare electrică pentru axon**

1.a.	Expresia rezistenței electrice R_e a axonului $R_e =$ Valoarea rezistenței electrice a axonului $R_e =$	2,5p				
2.a.	Expresia diferenței de potențial $U_n =$	2,5p				
2.b.	De câte ori scade diferența de potențial dintre interiorul și exteriorul membranei axonului, de-a lungul unei distanțe de $2,0\text{ mm}$ $\frac{U_n}{U_{ab}} =$	1,0p				
3.a.	De câte ori scade diferența de potențial dintre interiorul și exteriorul unui axon cu mielină, pe distanța dintre două noduri Ranvier consecutive $\frac{U_n'}{U_{ab}} =$	2,0p				
3.b.	Precizarea tipului de axon, care determină o atenuare mai mică a semnalului electric. <i>Bifează căsuța corespunzătoare răspunsului pe care îl consideri corect.</i> <table border="1" data-bbox="411 1592 1179 1688"><tr><td>Axon fără strat mielinic</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>Axon învelit cu un strat segmentat de mielină</td><td><input type="checkbox"/></td></tr></table> Argumentarea pe scurt a răspunsului.	Axon fără strat mielinic	<input type="checkbox"/>	Axon învelit cu un strat segmentat de mielină	<input type="checkbox"/>	2,0p
Axon fără strat mielinic	<input type="checkbox"/>					
Axon învelit cu un strat segmentat de mielină	<input type="checkbox"/>					
Total		10p				