



**Problemă experimentală (20 puncte)**

**Determinarea parametrilor unei diode reale din studiul caracteristicii curent-tensiune**

**Introducere**

Modelul unui fenomen fizic este descris printr-o relație matematică ce exprimă legătura dintre parametrii care caracterizează fenomenul. Validarea unui model este dată de concordanța datelor experimentale măsurate cu cele prezise de model.

Cea mai simplă situație imaginabilă într-un experiment este aceea în care trebuie validată ipoteza că două mărimi fizice ( $y_{\text{model}}, x_{\text{model}}$ ) sunt legate printr-o dependență liniară. Este de așteptat ca cele  $N$  perechi de date experimentale ( $x_{\text{masurat}}^i, y_{\text{masurat}}^i$ ),  $i = \overline{1, N}$  să fie afectate de imprecizii de măsurare; din acest motiv reprezentările grafice ale acestor perechi de coordonate determină un nor de puncte repartizate în jurul drepte prezise de model. Pot fi construite diferite drepte care trec prin norul de date mediind comportamentul acestuia. Se consideră că cea mai bună potrivire cu norul perechilor de date experimentale este asigurată de o dreaptă trasată astfel încât suma pătratelor distanțelor de la punctele experimentale la această dreaptă are cea mai mică valoare posibilă. Dacă modelul este bine construit, această dreaptă - numită dreapta de fit - este cea care se apropie foarte mult de dreapta prezisă de model. Panta  $a$  și interceptia la origine  $b$  ale dreptei de fit se determină conform relațiilor

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (1)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i}{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (2)$$

Pentru orice nor de date se poate trasa o dreaptă de fit respectând criteriul menționat mai sus al minimizării sumei pătratelor distanțelor. Faptul că între cele două mărimi care sunt măsurate există realmente o legătură liniară este descris de coeficientul de corelație  $G$ .

$$G = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{\sqrt{\left| N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right| \cdot \left| N \cdot \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right|}} \quad (3)$$

Coeficientul de corelație are valoarea  $G = +1$  dacă mărimile măsurate sunt dependente liniar și dependența are pantă pozitivă. Dacă mărimile măsurate sunt dependente liniar și dependența are pantă negativă, atunci  $G = -1$ . În general,  $-1 \leq G \leq 1$  și cu cât valoarea coeficientului de corelație este mai apropiată de 0, cu atât legătura liniară dintre datele analizate este mai puțin credibilă.

Puține dintre fenomenele fizice sunt modelate cu dependențe liniare directe dar, adesea, o rearanjare adecvată a expresiei unei dependențe oarecare o poate aduce la o formă liniară.

### Caracteristica I–V a unei diode ideale

Legătura dintre intensitatea curentului electric  $I$  care trece printr-o diodă ideală (o joncțiune între doi semiconductori) și diferența de potențial  $V$  aplicată acesteia are expresia

$$I = I_0 \cdot \left( e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} - 1 \right) \quad (4)$$

În relația (4)  $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$  este sarcina elementară, iar  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  este constanta Boltzmann. Pentru experimente desfășurate în condiții normale,  $T = 3,00 \times 10^2 \text{ K}$  și  $q/(k_B T) = 3,86 \times 10^1 \text{ V}^{-1}$ .

Mărimile  $I_0$  (intensitatea curentului electric de saturație) și  $\eta$  (factorul de diodă) sunt mărimi constante, specifice fiecărei diode.

Mărimile care determină forma (neliniară) a dependenței dintre intensitatea curentului electric și tensiune sunt factorul de diodă  $\eta$  și intensitatea curentului electric de saturație  $I_0$ . Reprezentarea grafică a unei dependențe de forma (4) are aspectul din figura 1.

Așa cum este cunoscut, pentru o rezistență ohmică,  $R_\Omega$ , există o legătură liniară între tensiunea  $V$  care i se aplică și intensitatea curentului electric  $I$  care o străbate. Specificul unei diode ideale este neliniaritatea sa - comportamentul său de „supapă de electroni”. Dioda lasă să treacă ușor curentul electric la polarizarea directă și blochează trecerea acestuia la polarizarea inversă.

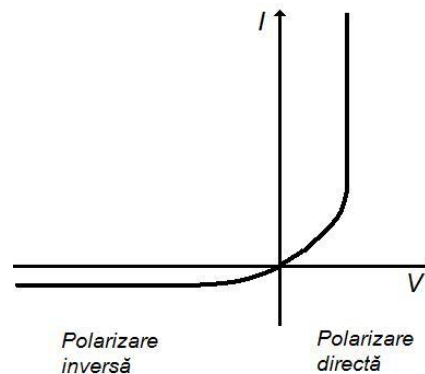


Figura 1 - Imagine schematică a caracteristicii I-V a unei diode ideale

Deoarece se poate admite că  $0,50 \leq \eta \leq 3,00$ , rezultă că pentru tensiuni  $V < 0$  se obține

$qV/(\eta \cdot k_B \cdot T) \ll 0$  și prin urmare  $e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \cong 0$ . Deci, pentru polarizări inverse relația (4) devine o dependență liniară

$$I = -I_0 \quad (5)$$

Reprezentarea grafică a caracteristicii I–V la polarizări inverse este fitată de o dreaptă paralelă cu axa tensiunilor. Astfel, această reprezentare grafică permite determinarea valorii intensității curentului electric de saturație.

Pentru  $V > 0$  se obține  $qV/(\eta \cdot k_B \cdot T) \gg 0$  și prin urmare  $e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \gg 1$ . Pentru polarizare directă, relația (4) devine

$$I = I_0 \cdot e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \quad (6)$$

sau

$$\ln(I) = \ln(I_0) + \frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T} \quad (7)$$

Așa cum se observă, prin tratamentul „de liniarizare” aplicat, caracteristica I–V a diodei la polarizare directă scrisă sub forma  $\ln(I) = f(V)$  devine o dreaptă din a cărei pantă se poate determina valoarea factorului de diodă și din a cărei intercepție la origine se poate determina intensitatea curentului electric de saturație.

### Rezistența diferențială a unei diode ideale

Folosind expresia din relația (4), referitoare la dependența intensității curentului electric prin diodă de tensiunea aplicată și derivând această expresie după tensiunea  $V$  se obține

$$\frac{dI}{dV} = I_0 \cdot \frac{q}{\eta \cdot k_B \cdot T} \cdot e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \quad (8)$$

Mărima numită „rezistență diferențială”

$$R_{\text{dif}} = \frac{dV}{dI} \quad (9)$$

are semnificația rezistenței pe care o manifestă dioda la trecerea curentului, atunci când este polarizată cu tensiunea  $V$ .

Combinând expresiile din relațiile (8) și (9) se obține expresia rezistenței diferențiale a unei diode ideale

$$R_{\text{dif}} = \frac{\eta \cdot k_B \cdot T}{q \cdot I_0} \cdot e^{-\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \quad (10)$$

Se observă că pentru polarizare directă mare, atunci când  $V \rightarrow \infty$ , rezistența diferențială a diodei ideale este  $R_{\text{dif}}|_{V \rightarrow \infty} = 0$ , iar pentru polarizare inversă mare atunci când  $V \rightarrow -\infty$ , rezistența diferențială devine  $R_{\text{dif}}|_{V \rightarrow -\infty} \rightarrow \infty$ .

În modul ideal, pentru polarizări suficient de mari, se poate admite că rezistența diodei ideale este nulă la polarizări directe și infinită la polarizări inverse. Această neliniaritate a comportamentului diodei conduce la folosirea ei într-un număr imens de aplicații tehnice.

### Caracteristica $I-V$ a unei diode reale

Se poate considera că o diodă „reală” este alcătuită dintr-o diodă ideală legată în paralel cu o rezistență și cu valoarea  $R$ ; ansamblul astfel rezultat este legat cu o rezistență serie  $r$ . Valorile tipice pentru rezistențele caracteristice ale unei diode reale sunt  $0,01 \Omega < r < 10,0 \Omega$ , respectiv  $7,50 \times 10^4 \Omega < R < 1,00 \times 10^6 \Omega$ .

Caracteristica  $I-V$  a diodei reale are expresia

$$I = I_0 \cdot \left( e^{\frac{q(V-r \cdot I)}{\eta \cdot k_B \cdot T}} - 1 \right) + \frac{V - r \cdot I}{R} \quad (11)$$

Problema de față îți propune să determini rezistența diferențială a unei diode reale, precum și parametrii  $R$ ,  $r$ ,  $I_0$ ,  $\eta$  ai diodei, folosind datele colectate din studiul experimental al acesteia.

Tabelul 1 Perechile de date curent - tensiune pentru dioda reală, polarizată invers

Nr. crt.	U(V)	I( $\mu$ A)	Nr. crt.	U(V)	I( $\mu$ A)	Nr. crt.	U(V)	I( $\mu$ A)	Nr. crt.	U(V)	I( $\mu$ A)
1	0,00	0,00	9	-0,50	-11,0	16	-1,20	-12,0	24	-2,00	-14,0
2	-0,05	-6,00	10	-0,60	-11,0	17	-1,30	-13,0	25	-2,05	-14,0
3	-0,10	-9,00	11	-0,70	-11,0	18	-1,40	-13,0	26	-2,10	-14,0
4	-0,15	-10,0	12	-0,80	-12,0	19	-1,50	-13,0	27	-2,20	-14,0
5	-0,20	-10,0	13	-0,90	-12,0	20	-1,60	-13,0	28	-2,30	-15,0
6	-0,25	-10,0	14	-1,00	-12,0	21	-1,70	-13,0	29	-2,40	-15,0
7	-0,30	-11,0	15	-1,10	-12,0	22	-1,80	-14,0	30	-2,50	-15,0
8	-0,40	-11,0				23	-1,90	-14,0			

Tabelul 2. Perechile de date curent - tensiune pentru dioda reală, polarizată direct

Nr. crt.	U(V)	I (A)	Nr. crt.	U(V)	I (A)
1	0,345	0,007	11	0,491	0,082
2	0,383	0,015	12	0,498	0,090
3	0,406	0,022	13	0,504	0,097
4	0,423	0,030	14	0,511	0,105
5	0,437	0,037	15	0,516	0,112
6	0,449	0,045	16	0,522	0,120
7	0,459	0,052	17	0,527	0,127
8	0,468	0,060	18	0,533	0,135
9	0,477	0,067	19	0,538	0,142
10	0,484	0,075	20	0,543	0,150

Ai în vedere că în această problemă nu ți se cere să efectuezi calculul erorilor.

Scrie răspunsurile la cerințele problemei, în casetele corespunzătoare din Foaia de Răspunsuri.

**Sarcina de lucru nr. 1 – Rezistența diferențială a unei diode reale**

Sarcina de lucru nr. 1 îți propune să determini expresia rezistenței diferențiale a unei diode reale și să deduci expresiile rezistenței diferențiale, în cazurile limită în care  $V \rightarrow \pm\infty$ .

<b>1.a.</b>	Realizează o schiță care să illustreze schema electrică a unei diode reale.	(0,8p)
<b>1.b.</b>	Folosind expresia din relația (8), determină expresia rezistenței diferențiale $R_{dif}^{real}$ a unei diode reale.	(0,8p)
<b>1.c.</b>	Dedu expresiile rezistenței diferențiale pentru o diodă reală, în cazurile în care $V \rightarrow \pm\infty$ .	(0,8p)

**Sarcina de lucru nr. 2 – Determinarea parametrilor unei diode reale, polarizată invers**

În cadrul acestei sarcini de lucru ți se cere să determini parametrii unei diode reale, polarizată invers folosind datele din tabelul 1.

<b>2.a.</b>	Scrie expresia dobândită de relația (11) pentru tensiuni inverse mari $V \ll 0$ .	(0,4p)
<b>2.b.</b>	Folosind datele din tabelul 1, trasează caracteristica $I - V$ a diodei, pentru polarizare inversă. Denumeste reprezentarea grafică pe care ai obținut-o Grafic nr. 1.	(1,2p)
<b>2.c.</b>	Scrie expresia liniarizată a caracteristicii $I - V$ pentru polarizarea inversă și indică expresiile pentru panta $a$ și respectiv pentru interceptia la origine $b$ .	(0,8p)

<b>2.d.</b>	Folosind datele experimentale corespunzătoare tensiunilor inverse mari (eliminând datele pentru tensiuni inverse mici), completează tabelul 3 de date din Foaia de Răspunsuri.	(1,6p)
<b>2.e.</b>	Determină valorile pentru parametrii drepte de fit liniar.	(1,6p)
<b>2.f.</b>	Determină valoarea coeficientului de corelație pentru setul de puncte experimentale folosite.	(0,8p)
<b>2.g.</b>	Dedu valorile parametrilor $R$ și $I_0$ .	(0,8p)

**Sarcina de lucru nr. 3 – Determinarea parametrilor diodei reale, polarizată direct**

În cadrul sarcinii de lucru nr. 3 și se cere să determini parametrii unei diode reale, polarizată direct, folosind datele din tabelul 2.

<b>3.a.</b>	Scrive expresia dobândită de relația (11) pentru tensiuni directe mari, $V \gg 0$ .	(0,8p)
<b>3.b.</b>	Utilizând datele experimentale furnizate, trasează graficul $\ln(I) = f(V)$ pentru polarizare directă. Denumeste reprezentarea grafică pe care ai obținut-o Grafic nr. 2.	(2,0p)
<b>3.c.</b>	Folosind datele experimentale corespunzătoare tensiunilor directe mari, dar nu prea mari (păstrând datele din zona mediană a șirului de date experimentale) completează tabelul 4 de date din Foaia de răspunsuri.	(1,6p)
<b>3.d.</b>	Determină valorile pentru parametrii drepte de fit liniar.	(1,6p)
<b>3.e.</b>	Determină valoarea coeficientului de corelație pentru setul de puncte experimentale folosite.	(0,8p)
<b>3.f.</b>	Trasează dreapta de fit în graficul realizat în cadrul sarcinii de lucru 3.b.	(0,8p)
<b>3.g.</b>	Determină expresiile și valorile parametrilor $\eta$ și $I_0$ .	(1,6p)
<b>3.h.</b>	Interpretează abaterea punctelor experimentale de la dreapta de fit pentru polarizările directe mari.	(0,8p)
<b>3.i.</b>	Determină valoarea rezistenței serie $r$ .	(0,4p)

© Subiect propus de:

*Delia DAVIDESCU, PhD*  
*Adrian DAFINEI, PhD*



*eFizică!*  
*27 Februarie 2022*

*Codul concurentului*

--

**FOAIE DE RĂSPUNSURI**

*Problemă experimentală (20 puncte)*

*Determinarea parametrilor unei diode reale din studiul caracteristicii curent-tensiune*

*Sarcina de lucru nr. 1 – Rezistența diferențială a unei diode reale*

**1.a.** Schiță a schemei electrice a unei diode reale

	0,8p
--	------

**1.b.** Expresia rezistenței diferențiale  $R_{dif}^{real}$  a unei diode reale

	0,8p
--	------

**1.c.** Expresiile rezistenței diferențiale pentru o diodă reală, în cazurile în care  $V \rightarrow \pm\infty$

	0,8p
--	------

*Sarcina de lucru nr. 2 – Determinarea parametrilor diodei polarizate invers*

**2.a.** Expresia dobândită de relația (11) pentru tensiuni inverse mari  $V \ll 0$

	0,4p
--	------

**2.b.** Graficul caracteristicii  $I - V$  pentru polarizare inversă

Graficul va fi trasat pe hârtie milimetrică și va fi atașat la sfârșitul Foii de Răspunsuri.	1,2p
--	------

**2.c.** Expresia liniarizată a caracteristicii  $I - V$  pentru polarizarea inversă. Expresiile pentru panta și pentru intercepția la origine

Expresia liniarizată a caracteristicii $I - V$ pentru polarizarea inversă	0,8p
Expresia pantei $a =$	
Expresia pentru intercepția la origine $b =$	

**2.d.** Completarea tabelului 3

<i>Tabel 3 - Prelucrarea statistică a datelor experimentale referitoare la polarizarea inversă</i>						1,6p
Nr. crt.	$U_i$	$I_i$	$U_i^2$	$I_i^2$	$U_i \cdot I_i$	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
$\Sigma$						

**2.e.** Determinarea valorilor pentru parametrii dreptei de fit liniar

Panta dreptei de fit	0,8p
----------------------	------



Intercepția la origine a drepteii de fit	0,8p
--	------

**2.f.** Determinarea valorii coeficientului de corelație pentru setul de puncte experimentale folosite

	0,8p
--	------

**2.g.** Deducerea valorilor parametrilor  $R$  și  $I_0$

	0,8p
--	------

**Sarcina de lucru nr. 3 – Determinarea parametrilor diodei polarizate direct**

**3.a.** Expresia dobândită de relația (11) pentru tensiuni directe mari  $V \gg 0$

	0,8p
--	------

**3.b.** Graficul caracteristicii  $\ln(I) = f(V)$  pentru polarizare directă

Graficul va fi trasat pe hârtie milimetrică și va fi atașat la sfârșitul Foii de Răspunsuri.	2,0p
--	------

**3.c.** Completarea tabelului 4

<i>Tabel 4 - Prelucrarea statistică a datelor experimentale referitoare la polarizarea directă</i>						
Nr. crt.	$U(V)$	$I(A)$	$\ln(I)$	$U^2$	$(\ln(I))^2$	$U \cdot \ln(I)$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
$\Sigma$						

1,6p

**3.d.** Determinarea valorilor pentru parametrii dreptei de fit liniar

Panta dreptei de fit	0,8p
Intercepția la origine a dreptei de fit	0,8p

**3.e.** Determinarea valorii coeficientului de corelație pentru setul de puncte experimentale folosite

	0,8p
--	------

<b>3.f.</b> Trasarea dreptei de fit în graficul realizat în cadrul sarcinii de lucru 3.b.	0,8p
---	------

**3.g.** Determinarea expresiilor și valorilor parametrilor  $\eta$  și  $I_0$

	1,6p
--	------

**3.h.** Interpretarea abaterii punctelor experimentale de la dreapta de fit pentru polarizările directe mari

	0,8p
--	------

**3.i.** Determinarea valorii rezistenței serie  $r$

	0,4p
--	------

