## Problema I (10 puncte)

### Cu gheată

*În rezolvarea tuturor sarcinilor de lucru ale problemei poți folosi datele din tabelul de mai jos.*

| | |
|---|---|
| *Densitatea apei* | $\rho_a = 1,0 \cdot 10^3 kg \cdot m^{-3}$ |
| *Densitatea gheții* | $\rho_g = 9,2 \cdot 10^2 \, kg \cdot m^{-3}$ |
| *Căldura specifică a gheții* | $c_g = 2,1 \cdot 10^3 \, J \cdot kg^{-1} \cdot {}^{\circ}C^{-1}$ |
| *Căldura latentă specifică a gheții* | $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5 \, J \cdot kg^{-1}$ |
| *Temperatura de topire a gheții* | $t_0 = 0,0^{\circ}C$ |
| *Conductibilitatea termică a gheții* | $\kappa = 2,3 \, W \cdot m^{-1} \cdot {}^{\circ}C^{-1}$ |
| *Coeficientul de convecție aer-gheață* | $h = 20 \, W \cdot m^{-2} \cdot {}^{\circ}C^{-1}$ |
| *Presiunea atmosferică normală* | $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \; N \cdot m^{-2}$ |

### Sarcina de lucru nr. 1 - Curgerea căldurii prin gheață

Fluxul termic $\varphi$ (cantitatea de căldură care trece printr-un perete în unitatea de timp) are expresia

$$\varphi = \kappa \cdot S \cdot \frac{dT}{dr} \qquad (1)$$

unde $\kappa$ este conductibilitatea termică a materialului peretelui, $S$ este suprafața sa, iar $dT/dr$ este gradientul temperaturii.

Datorită fenomenului de convecție apărut în stratul de fluid aflat în contact termic cu o porțiune dintr-un perete solid având aria $S$, temperatura $T_S$ a peretelui nu este aceeași cu temperatura $T_F$ a fluidului.

Fluxul termic de la solidul cald către fluidul rece la interfața solid-fluid are expresia

$$\varphi = h \cdot S \cdot (T_S - T_F) \qquad (2)$$

În expresie, coeficientul de convecție $h$ este caracteristic fluidului și variază în funcție de condițiile exterioare (de exemplu, pentru aer, coeficientul de convecție variază din cauza vântului).

| | | |
|---|---|---|
| **1.a.** | Determină expresia fluxului termic printr-un perete sferic omogen, care are raza interioară $r_1$ și raza exterioară $r_2$. Temperatura interioară pentru peretele sferic este $T_1$, iar temperatura exterioară a peretelui sferic este $T_2$, $T_2 < T_1$. Conductibilitatea termică a materialului peretelui este $\kappa$ . | (1,5p) |

Igluurile sunt adăposturi pe care locuitorii marelui nord, le construiesc din singurul material pe care îl au la dispoziție – zăpada presată.

Igluul are în secțiune forma lănțișorului, dar poți considera că forma sa este o semisferă.

Un iglu are raza interioară $r_1 = 2{,}0\ m$ și raza exterioară $r_2 = 2{,}5\ m$. Poți presupune că schimbul de căldură cu exteriorul se face numai prin peretele semisferic (nu și pe la baza igluului). Temperatura atmosferei exterioară igluului este $t_a = -10\,°C$.

Ai în vedere că între un perete de gheață și aerul înconjurător schimbul de căldură se face printr-un flux termic datorat convecției.

| | | |
|---|---|---|
| **1.b.** | Dedu expresia temperaturii $t_i$ din interiorul igluului, dacă în interiorul lui sursa de căldură este un om, care eliberează uniform, spre peretele semisferic, un flux termic $\varphi_{om} = 2{,}0 \cdot 10^2\ W$. Calculează valoarea temperaturii $t_i$. | (1,0p) |

| | | |
|---|---|---|
| **1.c.** | Determină expresia masei $m$ de grăsime de balenă, cu puterea calorică $c = 40\,MJ/kg$, care permite - prin ardere - menținerea în iglu timp de $\tau = 12\ h$ a unei temperaturi de $t_i^* = 10\,°C$. Calculează valoarea acestei mase. | (1,0p) |

Apa unui lac de mari dimensiuni se află la temperatura $t_0 = 0{,}0\,°C$. Brusc, aerul atmosferic de deasupra lacului se răcește până la temperatura $t_1 = -20\,°C$, măsurată în aer, deasupra apei care începe să înghețe. Nu bate vântul, presiunea atmosferică este normală, iar temperatura aerului rămâne constantă.

| | | |
|---|---|---|
| **1.d.** | Dedu expresia intervalului de timp $\tau_d$, în care stratul de gheață de pe lac atinge grosimea $d = 10\ cm$. Calculează valoarea intervalului de timp $\tau_d$. | (1,0p) |

## *Sarcina de lucru nr. 2 - Apa de sub zăpadă*

În urma ninsorilor abundente, într-o piață largă, s-a format un strat uniform de zăpadă, cu grosimea $H = 2{,}0\,m$.

După trei zile ($\tau' = 72\,h$) de când ninsoarea a încetat, constați că într-o zonă a stratului de zăpadă din piață a apărut o adâncitură cilindrică, denivelată cu $h_1 = 4{,}0\,cm$ față de suprafața plană a zăpezii din acea piață. Raza $R = 50\,cm$ a adânciturii te ajută să-ți dai seama că exact sub adâncitura din zăpadă se află un capac metalic al unui sistem de încălzire.

Poți presupune că schimbul de căldură a avut loc în special pe verticală, astfel încât volumul de zăpadă topit este mărginit de o suprafață cilindrică centrată deasupra capacului (figura 1).

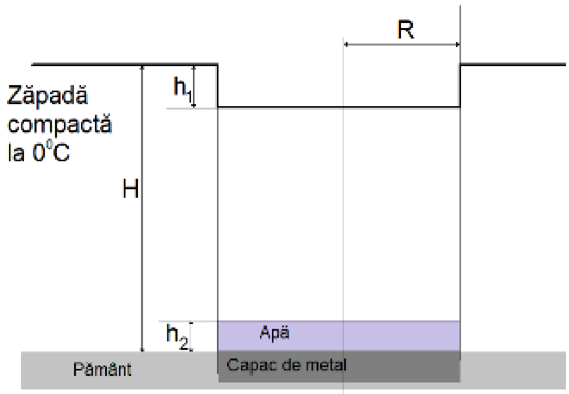


*Figura 1*

Ai în vedere faptul că temperatura atmosferei a fost în timpul ninsorii și după aceea $t_0 = 0{,}0\,°C$ și că la această temperatură zăpada se deformează ca un material friabil și se comportă asemenea unui fluid vâscos. Consideră că proprietățile fizice ale zăpezii aflate la $t_0 = 0{,}0\,°C$ sunt identice cu cele ale gheții.

| | | |
|---|---|---|
| **2.a.** | Determină expresia înălțimii $h_2$ a cilindrului de apă, format sub stratul de zăpadă. Calculează valoarea înălțimii cilindrului de apă. | (1,0p) |

| | | |
|---|---|---|
| **2.b.** | Dedu expresia fluxului termic constant în timp $\varphi_m$, furnizat de capacul metalic. Calculează valoarea acestui flux termic. | (1,0p) |

## *Sarcina de lucru nr. 3 - Dezghet si înghet*

*La o anumită presiune, trecerea de la o stare de agregare a materiei la alta (topire, solidificare, condensare, vaporizare, sublimare, desublimare) are loc întotdeauna la o temperatură strict definită, iar tranziția în sine se numește tranziție de fază de ordinul întâi.*

De exemplu, gheața la presiunea atmosferică normală $P_0$ se topește la $t_0 = 0,0\,°C$, astfel încât, atunci când este furnizată căldură, temperatura amestecului de gheață și apă rămâne neschimbată, până când toată gheața se transformă în apă. Când presiunea variază, temperatura tranziției de fază de ordinul întâi se modifică și ea.

Tranziția de fază se petrece pentru o relație strictă între presiune și temperatură. Panta dependenței $P(T)$ este stabilită prin relația Clausius – Clapeyron si are expresia

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{T \cdot (v_2 - v_1)} \qquad (3)$$

În această expresie, $\lambda$ reprezintă căldura specifică a tranziției de la faza 1 cu volumul specific $v_1$, la faza 2 cu volumul specific $v_2$.

*Fenomenul de dezgheț – îngheț a fost descoperit de Michael Faraday. Acest fenomen se observă la substanțe similare gheții - care au proprietatea de a-și crește volumul la solidificare și pentru care temperatura de topire descrește cu creșterea presiunii.*

În schița din figura 2 este prezentată o situație de dezgheț-îngheț. O sârmă de cupru cu diametrul de $0,5\,mm$, este tensionată datorită greutăților a două corpuri cu masele egale $M$. Sârma este trecută peste blocul de gheață aflat la o temperatură $t' = -1,0 \cdot 10^{-2}\,°C$. Gheața se topește sub sârma care pătrunde în gheață, iar după trecerea sârmei, apa îngheață la loc. Astfel, sârma traversează blocul de gheață, care rămâne întreg.

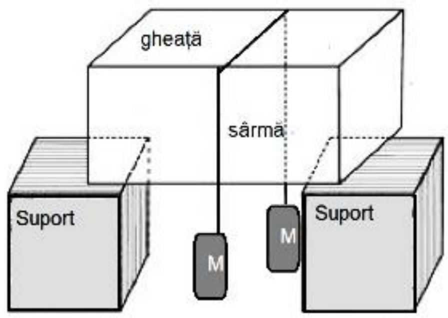


*Figura 2*

| | | |
|---|---|---|
| **3.a.** | Estimează valoarea masei $M$ a fiecăruia dintre corpurile atârnate de sârma de cupru. | (1,5p) |

Se repetă experimentul de mai sus în condiții strict identice, dar cu folosirea unui fir din plastic pentru undiță. Firul din plastic are dimensiuni identice cu cele ale firului de cupru.

| | | |
|---|---|---|
| **3.b.** | Decide dacă trecerea firului de plastic prin blocul de gheață se face la fel de repede, mai lent, sau mai rapid, decât în cazul în care a fost folosit firul de cupru. Argumentează răspunsul. | (1,0p) |

| | | |
|---|---|---|
| **3.c.** | Estimează valoarea presiunii $P^*$ (exprimată în atmosfere), la care gheața se topește la temperatura de $t^* = -1,0\,°C$. | (1,0p) |

## Foaie de Răspunsuri

### Problema I (10 puncte)

### Cu gheață

| | | |
|---|---|---|
| **1.a.** | Expresia fluxului termic $\varphi =$ | 1,5p |
| **1.b.** | Expresia temperaturii $t_i =$<br><br>Valoarea temperaturii $t_i =$. | 1,0p |
| **1.c.** | Expresia masei $m =$<br><br>Valoarea masei $m =$ | 1,0p |
| **1.d.** | Expresia intervalului de timp $\tau_d =$<br><br>Valoarea intervalului de timp $\tau_d =$ | 1,0p |
| **2.a.** | Expresia înălțimii $h_2 =$<br><br>Valoarea înălțimii $h_2 =$ | 1,0p |
| **2.b.** | Expresia fluxului termic $\varphi_m =$<br><br>Valoarea fluxului termic $\varphi_m =$ | 1,0p |
| **3.a.** | Estimarea masei $M =$ | 1,5p |
| **3.b.** | *Bifează răspunsul pe care îl consideri corect.*<br>Trecerea firului de plastic prin blocul de gheață se face<br>☐ la fel de repede<br>☐ mai lent<br>☐ mai rapid<br>*Argumentarea răspunsului va fi inclusă în soluția problemei.* | 1,0p |
| **3.c.** | Estimarea valorii presiunii $P^* =$ | 1,0p |
| | Total | 10p |

## Problema a II-a (10 puncte)

### Interactiuni electrostatice

*Această problemă tratează interacțiunea dintre un corp, considerat punctiform, încărcat electric și diferite obiecte bidimensionale sau tridimensionale încărcate electric uniform.*

*Atunci când obiectele au simetrie avansată, calea potrivită de determinare a forței de interacțiune este deducerea intensității câmpului electric determinat de obiect și scrierea forței de interacțiune.*

*În cazul obiectelor bidimensionale cu simetrie scăzută, poate deveni util un calcul al acțiunii câmpului determinat de corpul punctiform, încărcat electric, asupra punctelor obiectului – ceea ce revine la un calcul al fluxului determinat de câmpul electric al corpului punctiform prin suprafața obiectului.*

*În rezolvarea problemei vei neglija influența câmpului gravitațional precum și interacțiunea gravitațională între corpul punctiform încărcat electric și oricare dintre obiectele încărcate electric, menționate în problemă.*

### Sarcina de lucru nr. 1

Un disc care are raza $R$ și grosimea $h$ (pentru care $h \ll R$) este încărcat electric uniform cu sarcină electrică pozitivă. Densitatea de volum a sarcinii electrice a discului este $\rho$.

Un corp considerat punctiform, încărcat electric cu sarcina negativă $q$ este plasat la distanța $H$ de centrul discului, pe perpendiculara ridicată din centrul acestuia. Discul și corpul considerat punctiform sunt fixe.

| | | |
|---|---|---|
| **1.a.** | Determină expresia mărimii forței cu care discul atrage corpul punctiform. | (1,0p) |

### Sarcina de lucru nr. 2

*Fluxul $d\varphi$ determinat pe o suprafață elementară $ds$ de câmpul electric cu intensitatea $\vec{E}$ are expresia $d\varphi = \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$; al doilea termen al produsului scalar este un vector cu modulul egal cu aria suprafeței elementare și orientat pe direcția normală pe suprafața elementară. Pentru o suprafață oarecare $S$, fluxul $\varphi$ are expresia $\varphi = \int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$. Fluxul total al câmpului electric generat de o sarcină electrică este același pentru toate suprafețele închise care conțin respectiva sarcină electrică.*

| | | |
|---|---|---|
| **2.a.** | Determină expresia fluxului câmpului electric, determinat de corpul punctiform cu sarcina $q$ pe suprafața unei sfere, având centrul în punctul în care se află acest corp. | (0,5p) |

O placă pătrată cu latura $a$ și cu grosimea $h$ (pentru care $h \ll a$) este încărcată electric uniform cu sarcină electrică pozitivă. Densitatea volumică de sarcină electrică a plăcii este $\rho$.

Un corp considerat punctiform, încărcat electric cu sarcina negativă $q$ este plasat la distanța $a/2$ de centrul plăcii, pe perpendiculara ridicată din centrul acesteia. Placa și corpul considerat punctiform sunt fixe.

| | | |
|---|---|---|
| **2.b.** | Dedu expresia fluxului câmpului electric determinat de corpul punctiform pe suprafața plăcii. | (1,0p) |

| | | |
|---|---|---|
| **2.c.** | Determină expresia modulului forței cu care câmpul electric generat de sarcina electrică $q$ a corpului punctiform, acționează asupra plăcii. | (1,5p) |

### *Sarcina de lucru nr. 3*

O sferă cu raza $R$ este încărcată electric uniform cu sarcină electrică pozitivă. Densitatea de volum a sarcinii electrice a sferei este $\rho$.

Prin centrul sferei, de-a lungul unui diametru, trece un canal foarte îngust. În canal se poate mișca fără frecare un corp considerat punctiform, având masa $m$ și sarcina electrică negativă $q$. Sfera este fixată.

La un moment de timp, considerat ca moment inițial, corpul punctiform aflat la un capăt al canalului, la nivelul suprafeței sferei, este lăsat liber.

| | | |
|---|---|---|
| **3.a.** | Folosind un sistem de referință cu originea în centrul sferei și cu axa orientată de-a lungul canalului, dedu expresiile dependențelor de timp ale poziției, vitezei și accelerației corpului după ce acesta este lăsat liber. | (3,0p) |

### *Sarcina de lucru nr. 4*

Un cub cu latura $a$ este încărcat electric uniform cu sarcină electrică pozitivă. Densitatea volumică de sarcină electrică a cubului este $\rho$.

Pe o diagonală de volum a cubului, traversând tot cubul, trece un canal liniar foarte îngust. În canal se poate mișca fără frecare un corp considerat punctiform având masa $m$ și sarcina electrică negativă $q$. Cubul este fixat.

| | | |
|---|---|---|
| **4.a.** | Determină expresia perioadei micilor oscilații ale corpului punctiform, în canalul din cub, în jurul centrului cubului. | (3,0p) |



*Delia DAVIDESCU, PhD*

# Foaie de Răspunsuri

## Problema a II-a (10 puncte)

## Interactiuni electrostatice

| | | |
|---|---|---|
| **1.a.** | Expresia mărimii forței de atracție dintre disc și corpul punctiform | 1,0p |
| **2.a.** | Expresia fluxului câmpului electric determinat de corpul punctiform prin suprafața sferei<br>$\varphi =$ | 0,5p |
| **2.b.** | Expresia fluxului câmpului electric determinat de corpul punctiform prin suprafața plăcii<br>$\varphi_{placă} =$ | 1,0p |
| **2.c.** | Expresia modulului forței cu care câmpul electric generat de sarcina electrică a corpului punctiform, acționează asupra plăcii. | 1,5p |
| **3.a.** | $r(t) =$<br>$v(t) =$<br>$a(t) =$ | 3,0p |
| **4.a.** | $T =$ | 3,0p |
| | Total | 10p |