Problema I (10 puncte)

Ce se vede colo-n zare....

Partea A – Camera obscură

Unul dintre cele mai vechi dispozitive optice, „camera obscură”, constă dintr-o cutie sau o cameră cu un mic orificiu rotund de diametru ϕ, situat într-un perete sau în partea superioară a cutiei sau camerei. Lumina provenită de la o scenă externă trece prin orificiu și cade pe un ecran din interior, aflat la distanța d față de orificiu. Pe ecran scena este reprodusă inversat (cu susul în jos și cu stânga la dreapta); culoarea și perspectiva sunt păstrate. Pe măsură ce diametrul orificiului este micșorat, imaginea devine mai clară, dar mai puțin luminoasă. Dacă orificiul este prea mic, claritatea imaginii se înrăutățește din cauza difracției, care face ca - în zona de umbră geometrică a imaginii unui punct luminos - să apară o zonă de penumbră, luminoasă, de lărgime $\lambda \cdot d/\phi$ (în relație, λ este lungimea de undă a luminii).

Camera obscura din The Royal Observatory Greenwich de lângă Londra se află într-o clădire mică din curtea observatorului. Această cameră obscură permite observarea panoramei în mișcare a Tamisei și a zonei aflate la distanța $D = 10,0\,km$ de peretele camerei în care se află orificiul. Distanța dintre peretele vertical cu orificiu și ecranul paralel cu acest perete, pe care este proiectată imaginea este $d = 2,00\,m$.

A.1.	Estimează expresia diametrului ϕ al orificiului din perete, pentru care imaginea are rezoluția cea mai bună.	(1,5p)

A.2.	Calculează valorile diametrului ϕ_m, ϕ_M și ϕ_{optim} ale orificiului camerei obscure, pentru lungimile de undă care limitează spectrului vizibil pentru ochiul uman $\lambda_m = 380nm$, $\lambda_M = 700nm$, precum și pentru lungimea de undă corespunzătoare sensibilității maxime a ochiului omenesc $\lambda_{optim} = 550\,nm$.	(1,0p)

A.3.	Determină expresia distanței minime ℓ dintre două puncte care pot fi observate distinct în imaginea de pe ecran, pentru un orificiu având diametrul determinat la sarcina de lucru A.1.	(1,5p)

A.4.	Calculează valorile ℓ_m, ℓ_M, ℓ_{optim} ale distanței minime, corespunzătoare celor trei lungimi de undă specificate în cadrul sarcinii de lucru A.2.	(1,0p)

Partea B - Acvariul

În unele muzeele de științe naturale există acvarii imense, în care ființele marine pot fi observate în mediul lor.
Înălțimea față de podea a peretelui vertical, de sticlă, al unui acvariu este $H = 3,00m$, iar grosimea sa este $d = 17,3\,cm \cong \left(\sqrt{3}/10\right)\,m$. Indicele de refracție al sticlei este $n' = 1,73 \cong \sqrt{3}$, iar indicele de refracție al apei este $n = 1,22 \cong \sqrt{3/2}$. Nivelul podelei pentru vizitatori coincide cu nivelul podelei acvariului.

Un copil, aflat la muzeu, țintește cu raza unui pointer laser spre podeaua acvariului. Fasciculul laser se propagă în într-un plan vertical Π, perpendicular pe planul peretelui de sticlă și la un unghi $\alpha'' = 60,0^\circ$ față de normala în punctul în care raza atinge peretele de sticlă. Punctul de plecare al razei laserului se află la distanța $a = 28,9\,cm \cong \left(1/\left(2\cdot\sqrt{3}\right)\right)\,m$ de perete și de la înălțimea $h = 1,00\,m$.

B.1.	Realizează un desen, în care să evidențiezi mersul razei laserului de la emisie și până în punctul în care atinge podeaua acvariului.	(1,0p)

B.2.	Determină distanța dintre peretele de sticlă al acvariului și punctul în care raza laserului atinge podeaua acvariului.	(1,5p)

Un vizitator din muzeul de științe naturale, observă imaginea unei bule de aer din acvariu.
Bula de aer, imaginea sa observată și razele de lumină care ajung la ochiul vizitatorului sunt coplanare în planul vertical Π, perpendicular pe peretele de sticlă al acvariului. Folosește un sistem de coordonate xOy, conținut în planul Π, cu axa Ox perpendiculară pe peretele de sticlă și trecând prin poziția bulei punctiforme de aer observate și cu axa Oy conținută în planul feței de intrare a luminii în apă, orientată spre podea. În sistemul de referință recomandat, bula de aer are coordonatele $S(x,0)$.

B.3.	Realizează un desen, în care să evidențiezi mersul a două raze de lumină foarte apropiate, care pleacă de la bula de aer și ajung la ochiul vizitatorului. De asemenea, evidențiază, pe desen, poziția bulei de aer (considerată punctiformă), așa cum este observată de vizitator.	(1,0p)

B.4.	Determină poziția imaginii bulei de aer $S'(x',y')$, în funcție de unghiul α'' sub care vizitatorul privește spre imaginea bulei de aer și de coordonatele bulei $S(x,0)$.	(1,5p)

Foaie de Răspunsuri

Problema I

Ce se vede colo-n zare....

A.1.	Expresia diametrului $\phi =$	1,5p
A.2.	$\phi_m =$ $\phi_M =$ $\phi_{optim} =$	1,0p
A.3.	Expresia distanței minime $\ell =$	1,5p
A.4.	$\ell_m =$ $\ell_M =$ $\ell_{optim} =$	1,0p
B.1.	*Desenul solicitat va fi realizat în partea B.1. a soluției*	1,0p
B.2.	$\mathcal{D} =$	1,5p
B.3.	*Desenul solicitat va fi realizat în partea B.3. a soluției*	1,0p
B.4.	$x' =$ $y' =$	1,5p
	Total	10p

Problema a II-a (10 puncte)

Despre difractie

În această problemă vei analiza câteva situații în care apare fenomenul de difracție Fraunhofer – difracție în lumină paralelă.

În difracția de tip Fraunhofer fronturile de undă ale luminii care ating paravanul opac cu una sau mai multe aperturi trebuie să fie plane. În practică, se poate realiza această condiție fie plasând sursa de lumină în planul focal al unei lentile convergente, fie folosind un dispozitiv laser care generează un fascicul de lumină, cu un unghi de divergență mic. De asemenea, în difracția Fraunhofer, ecranul de observație trebuie plasat la distanță mare de paravanul cu una sau mai multe aperturi. În practică se folosește o a doua lentilă convergentă, plasată pe partea de ieșire a luminii din aperturi, iar ecranul de observație se plasează în planul focal al acestei lentile.

Partea A - Difractia Fraunhofer pe o singură fantă

Consideră că o fantă este o deschizătură dreptunghiulară într-un paravan opac, pentru care lărgimea deschizăturii, notată cu b, este mult mai mică decât lungimea acesteia.
Distribuția iradierii (intensității) în figura de difracție Fraunhofer pe o singură fantă, în lumină coerentă și monocromatică este dată de expresia

$$I = I_0 \cdot \left[\frac{\sin(\beta)}{\beta}\right]^2 \qquad (1)$$

unde I_0 este iradierea maximă din figura de difracție, iar β reprezintă unghiul egal cu jumătate din diferența de fază dintre undele difractate la extremitățile fantei cu lărgimea b.

În partea A, vei analiza difracția Fraunhofer obținută cu un sistem optic, a cărui schiță este prezentată în figura 1. Sistemul constă dintr-o prismă optică din sticlă cu indicele de refracție $n_{sticlă} = 1{,}50$, plasată în aer și pentru care unghiul prismei este $A = 10{,}0°$. Un fascicul de lumină paralelă, coerentă, cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}50\ \mu m$ cade normal pe fața (I) a prismei. Cealaltă față a prismei (II) care delimitează unghiul diedru A este opacă și are o fantă de lărgime $b = 1{,}00\ \mu m$, paralelă cu baza prismei.

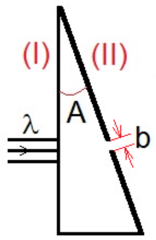

Figura 1

Ai în vedere ca, atunci când rezolvi Partea A a problemei, să exprimi toate rezultatele, folosind numere cu trei cifre semnificative.

A.1.	Dedu expresia unghiului ξ format de direcția maximului de difracție Fraunhofer de ordinul zero și direcția luminii incidente pe fantă. Calculează valoarea acestui unghi.	(1,5p)

A.2.	Determină valoarea lărgimii unghiulare a maximului de ordinul zero.	(1,5p)

Partea B - Difractia Fraunhofer pe o deschizătură dreptunghiulară

Dacă într-un paravan opac se practică o deschizătură dreptunghiulară cu laturile de dimensiuni a și b comparabile ca valoare și se realizează un aranjament experimental de tipul celui din figura 2.a., în care se folosește lumină coerentă și monocromatică și sunt îndeplinite condițiile apariției difracției de tip Fraunhofer, atunci pe ecranul de observație se poate constata apariția unei figuri de difracție bidimensionale, ca cea prezentată în figura 2.b.

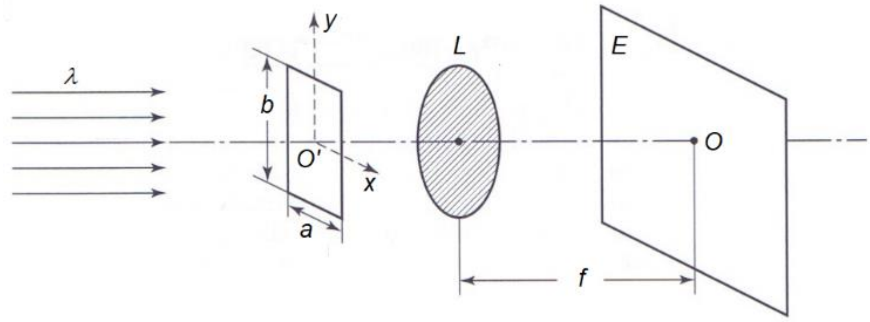

Figura 2.a

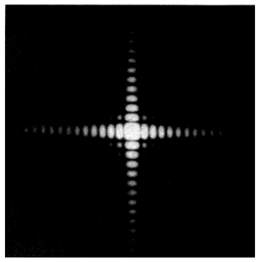

Figura 2.b

Pentru situația descrisă, iradierea într-un punct de pe ecran are expresia

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \qquad (2)$$

unde α respectiv β sunt unghiurile egale cu jumătatea diferenței de fază dintre undele difractate la extremitățile deschizăturii cu laturile de dimensiuni a respectiv b, iar I_0 este iradierea în centrul figurii de difracție, observate pe ecran.

În partea B a problemei, consideră că într-un paravan opac este practicată o deschizătură dreptunghiulară având dimensiunile $a = 0{,}100\,mm$ și $b = 0{,}200\,mm$ și că aceasta este iluminată cu un fascicul paralel de lumină coerentă, având lungimea de undă $\lambda = 0{,}550\,\mu m$. Lumina este incidentă normal pe paravanul opac cu o deschizătură dreptunghiulară. O lentilă L cu distanța focală de $f = 1{,}000\,m$ interceptează lumina difractată de deschizătură și proiectează figura de difracție pe un ecran E, plasat în planul său focal (figura 2.a). Schița din figura 2.a nu este realizată la scară.

Pentru această parte a problemei ai în vedere că toate cerințele se referă la zona din imediata vecinătate a centrului O al ecranului. Exprimă rezultatele pe care le obții, folosind numere cu patru cifre semnificative.

B.1.	Determină expresia distribuției I a iradierii pe ecran, în zona din imediata vecinătate a centrului O al acestuia. Exprimă răspunsul în funcție de iradierea I_0 din centrul figurii de difracție obținută pe ecran, precum și de coordonatele x și y exprimate în mm.	(1,5p)

B.2.	Dedu la ce distanță de centrul ecranului, pe direcția și în sensul axei Ox, se formează primul minim de difracție. De asemenea, determină la ce distanță de centrul ecranului, pe direcția și în sensul axei Oy se formează primul minim de difracție.	(1,5p)

B.3.	Dedu valoarea raportului $\frac{I_P}{I_0}$, corespunzător punctului P de pe ecran, caracterizat prin coordonatele $x_P = 2mm$ și $y_P = 3mm$.	(1,0)

Partea C - Difractia Fraunhofer pe un ansamblu de fante identice, paralele

În această parte a problemei vei analiza figura de difracție Fraunhofer, generată de frontul unei unde plane care este obstrucționat peste tot, cu excepția a N fante identice, paralele. Consideră că lărgimea fiecărei fante este b și că distanța dintre centrele a două fante consecutive este a.

În acest caz, expresia iradierii pentru difracția de tip Fraunhofer, într-un punct de pe ecranul de observație, este

$$I = I_0 \cdot \left[\frac{\sin(\beta)}{\beta}\right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\alpha)}{\sin(\alpha)}\right]^2 \qquad (3)$$

unde β este unghiul egal cu jumătate din diferența de fază dintre undele difractate la extremitățile unei fante cu lărgimea b, iar α este unghiul egal cu jumătate din diferența de fază dintre undele provenite din centrele a două fante consecutive.

Termenul $\left[\frac{\sin(\beta)}{\beta}\right]^2$ *din expresia de mai sus reprezintă termenul de difracție, iar termenul* $\left[\frac{\sin(N\alpha)}{\sin(\alpha)}\right]^2$ *se numește termen de interferență.*

În partea C a problemei, consideră un fascicul de lumină, paralel, monocromatic coerent, incident normal pe un paravan opac, în care sunt practicate $N = 3$ fante identice, paralele. Raportul între distanța dintre centrele a două fante consecutive și lărgimea fiecărei fante este $\frac{a}{b} = 3$.

C.1.	Pentru condițiile specificate, trasează - pe aceeași diagramă - o schiță care să evidențieze dependența iradierii I de unghiurile α respectiv β și care să ilustreze contribuția termenului de difracție, respectiv a celui de interferență la iradierea într-un punct de pe ecran. Notează pe grafic valorile unghiurilor α, respectiv β pe care le consideri semnificative, iar în cadrul rezolvării sarcinii de lucru C1, determină aceste valori.	(3,0)

Foaie de Răspunsuri

Problema a II – a
Despre difractie

A.1.	Expresia unghiului $\xi =$: Valoarea: $\xi =$	1,5p
A.2.	Valoarea lărgimii unghiulare a maximului de ordinul zero: $\delta\theta =$	1,5p
B.1.	Expresia distribuției iradierii pe ecran, în zona din imediata vecinătăte a centrului acestuia $I =$	1,5p
B.2.	$x_{\min,1} =$ $y_{\min,1} =$	1,5p
B.3.	$\frac{I_P}{I_0} =$	1,0p
C.1.	*Schița care evidențiează dependența iradierii I de unghiurile α respectiv β va fi atașată Foii de Răspunsuri* Valorile unghiurilor α, respectiv β pe care le consideri semnificative pentru reprezentarea grafică	3,0p
	Total	10p