



**Problema I-a (10 puncte)**

**Pompă de căldură**

Un motor termic este un dispozitiv care, funcționând ciclic, primește (în cursul unui ciclu) cantitatea de căldură  $Q_M$  de la un termostat aflat la temperatura  $T_M$ , cedează altui termostat aflat la temperatura  $T_m$ ,  $T_m < T_M$  cantitatea de căldură  $Q_m$ ,  $|Q_m| < Q_M$  și furnizează lucrul mecanic  $L = Q_M - |Q_m|$ .

Vom accepta să atribuim semnul pozitiv cantității de căldură care intră într-un sistem termodinamic și semnul minus lucrului mecanic efectuat asupra sistemului; cu această convenție, variația  $\Delta U$  a energiei interne a unui sistem termodinamic care suferă un proces în care primește căldura  $Q$  și efectuează lucrul mecanic  $L$  respectă relația  $\Delta U = Q - L$ .

Așa cum este cunoscut, este exclusă trecerea de la sine a căldurii de la un corp cu temperatura dată la un corp cu temperatura mai ridicată. O pompă de căldură asigură prin efectuarea unui lucru mecanic, trecerea căldurii de la un corp cu temperatura dată la un corp cu temperatura mai ridicată.

O pompă de căldură funcționează ciclic și, în cursul unui ciclu, primește cantitatea de căldură  $Q_m$  de la un termostat aflat la temperatura  $T_m$ . Folosind un lucru mecanic primit  $L$ , pompa de căldură cedează unui termostat aflat la temperatura  $T_M$ ,  $T_M > T_m$  o cantitate de căldură  $Q_M$ ,  $|Q_M| = Q_m + |L|$ . De exemplu, un frigider care-și răcește interiorul, produce prin radiatorul său (aflat de regulă pe exteriorul peretelui său din spate) o cantitate de căldură, reprezentând suma dintre căldura extrasă din interior și lucrul mecanic efectuat de compresorul său (acționat de un motor electric).

**Sarcina de lucru nr. 1**

Un motor termic funcționează ciclic după un ciclu Carnot pornind din starea (1) în care parametrii termodinamici sunt  $V_1, p_1, T_M$ . Sistemul evoluează printr-un proces izoterm către starea (2), în care volumul devine  $V_2 = \varepsilon \cdot V_1$  și apoi, printr-o destindere adiabatică, spre starea (3) în care temperatura devine  $T_m < T_M$ . Sistemul evoluează apoi printr-o comprimare izotermă către o stare (4) din care, printr-o comprimare adiabatică revine în starea (1) – închizând astfel un ciclu în care se conservă numărul de moli din gazul care are coeficientul adiabatic  $\gamma$  și care reprezintă sistemul termodinamic în evoluție ciclică.

<b>1.a.</b>	Exprimați parametrii termodinamici (presiunea, volumul și temperatura) stărilor (2), (3), (4), ca funcții de $V_1, p_1, T_M, T_m, \varepsilon$ și $\gamma$ .	(1,2p)
<b>1.b.</b>	Determinați expresiile pentru căldura schimbată $Q_{1 \rightarrow 2}$ , pentru lucrul mecanic efectuat $L_{1 \rightarrow 2}$ și pentru variația energiei interne $\Delta U_{1 \rightarrow 2}$ în procesul în care sistemul evoluează din starea (1) în starea (2). Determinați apoi expresiile mărimilor corespunzătoare pentru procesele $2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$ . Exprimați, după caz, aceste expresii în funcție de $V_1, p_1, T_M, T_m, \varepsilon$ și $\gamma$ .	(1,8p)
<b>1.c.</b>	Deduceți expresia randamentului ciclului Carnot, folosind expresiile determinate în cadrul sarcinii de lucru 1.b.	(0,2p)

Considerați situația în care o mașină termică (o pompă de căldură) funcționează după un ciclu Carnot evoluând între aceleași stări ca la sarcinile anterioare – dar care este parcurs în ordinea  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ .

<b>1.d.</b>	Determinați expresiile și specificați semnele algebrice ale cantităților de căldură în fiecare dintre cele patru procese elementare care constituie ciclul Carnot $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ .	(0,8p)
-------------	---	--------

### Sarcina de lucru nr. 2

Confortul unei locuințe presupune climatizarea sa. Dispozitivele pentru climatizare trebuie să compenseze iarna - prin furnizare de căldură - pierderile de căldură prin pereți, iar vara trebuie să asigure eliminarea din incintă a căldurii care intră prin pereți. Soluția modernă și eficientă energetic este utilizarea pompelor de căldură. În cele ce urmează, presupuneți că se realizează climatizarea cu o pompă de căldură, care operează după un ciclu ideal Carnot.

Considerați că fluxul de căldură  $\phi$  (cantitatea de căldură care curge în unitatea de timp prin perete dinspre fața caldă, aflată la temperatura  $T_M$  către fața rece aflată la temperatura  $T_m$ ,  $T_m < T_M$ ), depinde de diferența de temperatură dintre fețele peretelui, conform expresiei  $\phi = K \cdot (T_M - T_m)$ ; în expresie  $K$  este o constantă.

Pentru încălzirea unei camere, se folosește o sobă cu combustibil lichid. Arderea combustibilului produce cantitatea de căldură  $q$  în unitatea de timp. Atunci când în exterior temperatura este  $T_0 = 270^\circ K$ , funcționarea sobei asigură în interiorul camerei temperatura  $T_1 = 282^\circ K$ .

Se înlocuiește soba cu o pompă de căldură. Motorul pompei de căldură, are randamentul  $\eta = 50\%$ , folosește în unitatea de timp tot atât combustibil lichid cât folosește soba, și furnizează către pompa de căldură (tot în unitatea de timp) lucrul mecanic  $\ell$ .

<b>2.a.</b>	Presupunând că temperatura exterioară este $T_0 = 270^\circ K$ , deduceți expresia și valoarea temperaturii $T_2$ din cameră, dacă pompa de căldură debitează căldură în cameră, iar motorul său se află în afara camerei.	(2,0p)
-------------	--	--------

<b>2.b.</b>	Presupunând că temperatura exterioară este $T_0 = 270^\circ K$ , determinați expresia și valoarea temperaturii $T_3$ din cameră, dacă pompa de căldură debitează căldură în cameră și motorul său se află în cameră.	(2,0p)
-------------	--	--------

### Sarcina de lucru nr. 3

Funcționarea pompei de căldură ar fi similară unei situații în care un frigider ar fi montat în fereastra camerei, cu ușa deschisă spre exterior și cu radiatorul din spate în cameră. Un aparat de aer condiționat este similar unui frigider cu ușa deschisă spre cameră și cu radiatorul afară din cameră.

Vara, atunci când temperatura exterioară este  $T_0^* = 310^\circ K$ , pompa de căldură este "reorientată" astfel încât să extragă căldură din cameră și să dea căldură spre exterior – eliminând astfel căldura care intră în cameră prin pereți. Motorul pompei de căldură (devenită acum mașină frigorifică) este în exteriorul camerei.

<b>3.a.</b>	Deduceți expresia și valoarea temperaturii $T_4$ , din cameră, dacă motorul mașinii frigorifice care produce lucru mecanic cu rata $\ell$ și cu randamentul $\eta = 50\%$ folosește în unitatea de timp tot atât combustibil lichid cât folosea soba.	(2,0p)
-------------	---	--------

© Subiect propus de:

Adrian Dafinei, PhD



--
----

Foaie de Răspunsuri

Problema I-a (10 puncte)

Pompă de căldură

<b>1.a.</b>	$V_2 =$	$V_3 =$	$V_4 =$	1,2p
	$p_2 =$	$p_3 =$	$p_4 =$	
<b>1.b.</b>	$Q_{1 \rightarrow 2} =$	$Q_{2 \rightarrow 3} =$	$Q_{3 \rightarrow 4} =$	1,8p
	$L_{1 \rightarrow 2} =$	$L_{2 \rightarrow 3} =$	$L_{3 \rightarrow 4} =$	
	$\Delta U_{1 \rightarrow 2} =$	$\Delta U_{2 \rightarrow 3} =$	$\Delta U_{3 \rightarrow 4} =$	
<b>1.c.</b>	$\eta_{\text{Carnot}} =$			0,2p
<b>1.d.</b>	$Q_{1 \rightarrow 4} =$	$Q_{3 \rightarrow 2} =$		0,8p
	$Q_{4 \rightarrow 3} =$	$Q_{2 \rightarrow 1} =$		
<b>2.a.</b>	Expresia pentru $T_2 =$			2,0p
	Valoarea pentru $T_2 =$			
<b>2.b.</b>	Expresia pentru $T_3 =$			2,0p
	Valoarea pentru $T_3 =$			
<b>3.a.</b>	Expresia pentru $T_4 =$			2,0p
	Valoarea pentru $T_4 =$			
			Total	10p



**Problema a II-a (10 puncte)**

**Diferite oscilații electrice**

Această problemă îți propune să studiezi câteva sisteme fizice în care apar oscilații electrice, să analizezi în ce condiții apar aceste oscilații și să descoperi câteva dintre proprietățile acestora.

**Sarcina de lucru nr. 1**

În cadrul sarcinii de lucru nr.1, vei analiza două circuite oscilante, în care - în anumite condiții - pot să apară oscilații electromagnetice libere.

Consideră un circuit electric, format dintr-o bobină având inductanța  $L$  și rezistența electrică neglijabilă, un condensator considerat ideal de capacitate electrică  $C$  și un rezistor cu rezistența electrică  $R$ , conectate în serie (figura 1). În circuit este un întrerupător  $K$ , inițial deschis. Presupune că rezistența electrică a conductorilor din circuit este neglijabilă.

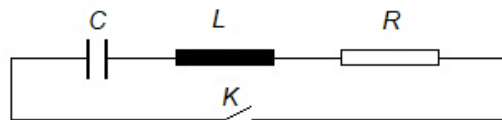


Figura 1

Atunci când întrerupătorul  $K$  este deschis, condensatorul este încărcat de la o sursă de tensiune continuă, astfel încât diferența de potențial dintre armăturile acestuia devine  $U_0$ . Apoi condensatorul se deconectează de la sursa de tensiune continuă și după aceea se închide întrerupătorul  $K$ .

1.a.	Dedu expresia pentru ecuația diferențială care descrie variația în timp $q(t)$ a sarcinii electrice de pe armăturile a condensatorului din circuit, după închiderea întrerupătorului $K$ .	(0,5p)
1.b.	Dedu expresia care stabilește relația dintre inductanța $L$ a bobinei, capacitatea electrică $C$ a condensatorului și rezistența electrică $R$ a rezistorului, astfel încât în circuit să apară oscilații electromagnetice libere.	(0,5p)
1.c.	În situația stabilită în cadrul sarcinii de lucru 1.b., determină expresia $q(t)$ a variației în timp a sarcinii electrice de pe armăturile a condensatorului din circuit.	(1,5p)

Consideră un alt circuit electric (figura 2). format prin conectarea în paralel a unei bobinei cu inductanța  $L$  și cu rezistența electrică neglijabilă, a unui condensator ideal de capacitate electrică  $C$  și a unui rezistor cu rezistența electrică  $R$ . În circuit se află și un întrerupător  $K$ , inițial deschis. Presupune că rezistența electrică a conductorilor din circuit este neglijabilă.

La fel ca în cazul precedent, atunci când întrerupătorul  $K$  este deschis, condensatorul este încărcat de la o sursă de tensiune continuă. Apoi condensatorul se deconectează de la sursa de tensiune continuă și după aceea se închide întrerupătorul  $K$ .

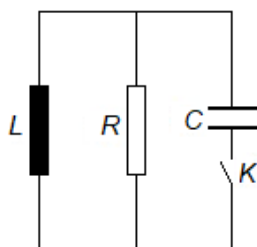


Figura 2

1.d.	Dedu expresia pentru ecuația diferențială care descrie variația în timp $q(t)$ a sarcinii electrice de pe armăturile condensatorului din circuit, după închiderea întrerupătorului $K$ .	(1,0p)
1.e.	Dedu expresia care stabilește relația dintre inductanța $L$ a bobinei, capacitatea electrică $C$ a condensatorului și rezistența electrică $R$ a rezistorului, astfel încât în circuitul din figura 2 să apară oscilații electromagnetice libere.	(0,5p)

**Sarcina de lucru nr. 2**

Sarcina de lucru nr.2 îți propune să analizezi oscilațiile forțate dintr-un circuit electric alimentat la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală și să determini expresiile ce descriu dependențele de timp ale intensităților curenților electrici din circuit, în regim staționar.

Circuitul electric analizat (figura 3) este format dintr-o bobină având inductanța  $L = 64 \text{ mH}$  ( $L \cong \frac{0,2}{\pi} \text{ H}$ ) și rezistența electrică neglijabilă, un condensator considerat ideal de capacitate electrică  $C = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ F}$  ( $C \cong \frac{0,5}{\pi} \text{ mF}$ ) și un rezistor cu rezistența electrică  $R = 20 \Omega$ .

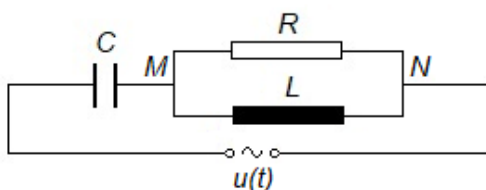


Figura 3

La bornele circuitului se aplică tensiunea alternativă sinusoidală  $u(t) = 10 \sin\left(100\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (V)}$ .

2.a.	Dedu expresia dependenței de timp $i_C(t)$ a intensității curentului electric, de pe ramura de circuit care conține condensatorul.	(1,0p)
2.b.	Determină expresia dependenței de timp $i_R(t)$ a intensității curentului electric, de pe ramura de circuit care conține rezistorul.	(1,0p)
2.c.	Dedu expresia dependenței de timp $i_L(t)$ a intensității curentului electric, de pe ramura de circuit care conține bobina.	(0,5p)

### Sarcina de lucru nr. 3

În cadrul sarcinii de lucru nr. 3 vei analiza câteva caracteristici mecanice și electrice ale unui sistem, plasat în câmp magnetic uniform.

O roată având forma unui disc cilindric de rază  $R$  este fixată pe un ax orizontal. Roata și axul sunt în contact electric, iar o perie asigură contactul electric la „periferia” roții. Peria, axul și roata sunt construite dintr-un material conductor din punct de vedere electric. Roata este plasată într-un câmp magnetic uniform, caracterizat prin inducția  $\vec{B}$ . Câmpul magnetic este orientat perpendicular pe planul roții. Momentul de inerție al roții în raport cu axul orizontal este  $J$ .

Pe axul roții este prins un capăt al unui arc spiralat; celălalt capăt al arcului spiralat este fixat (figura 4). Momentul determinat de arcul spiralat este proporțional cu unghiul de rotație al roții, constanta de proporționalitate dintre moment și unghi fiind  $\gamma$ .

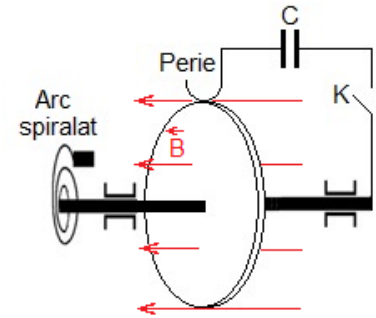


Figura 4

Pe porțiunea din circuitul electric situată între ax și perie este plasat un condensator cu capacitatea electrică  $C$ . Atunci când întrerupătorul  $K$  este deschis, roata este în repaus, iar pe armăturile condensatorului se află sarcinile  $Q_0$  și respectiv  $-Q_0$ . Consideră că rezistența electrică a întregului circuit poate fi neglijată.

La închiderea întrerupătorului, condensatorul se descarcă rapid. Trecerea pulsului de curent electric prin discul aflat în câmp magnetic determină apariția, pentru un interval de timp foarte scurt, a unui moment al forței electromagnetice, care acționează asupra roții imobile.

<b>3.a.</b>	Determină expresia vitezei unghiulare $\omega_0$ a discului, imediat după închiderea întrerupătorului $K$ .	(1,0p)
<b>3.b.</b>	Dedu expresia $q(t)$ a dependenței de timp a sarcinii electrice de pe armăturile condensatorului, după ce întrerupătorul $K$ a fost închis.	(2,5p)

© Subiect propus de:

Delia Constanța DAVIDESCU, PhD



--
----

*Foaie de Răspunsuri*

*Problema a II-a (10 puncte)*

*Diferite oscilații electrice*

<b>1.a.</b>	Ecuția diferențială care descrie variația în timp $q(t)$ a sarcinii electrice de pe armăturile a condensatorului	0,5p
<b>1.b.</b>	Relația dintre $L$ , $C$ și $R$ , astfel încât în circuit să apară oscilații electromagnetice libere	0,5p
<b>1.c.</b>	$q(t) =$	1,5p
<b>1.d.</b>	Ecuția diferențială care descrie variația în timp $q(t)$ a sarcinii electrice de pe armăturile condensatorului	1,0p
<b>1.e.</b>	Relația dintre $L$ , $C$ și $R$ , astfel încât în circuit să apară oscilații electromagnetice libere	0,5p
<b>2.a.</b>	$i_C(t) =$	1,0p
<b>2.b.</b>	$i_R(t) =$	1,0p
<b>2.c.</b>	$i_L(t) =$	0,5p
<b>3.a.</b>	$\omega_0 =$	1,0p
<b>3.b.</b>	$q(t) =$	2,5p
<b>Total</b>		<b>10p</b>